

Un artisan produit et vend des sachets de viennoiseries. En notant, x le nombre de sachets de viennoiseries ses coûts sont calculables avec la formule suivante :

$$C(x) = x^3 - 120x^2 + 10x$$

1. Calculer le coût de production pour 75 sachets.
2. Chaque sachet est vendu 10€.
 - (a) Justifier que le bénéfice se calcule alors avec la formule suivante :

$$B(x) = x^3 - 120x^2$$

- (b) Tracer l'allure de la courbe représentative de $B(x)$, conjecturer puis démontrer les racines du polynôme.
- (c) Démontrer que $B(x)$ peut s'écrire

$$B(x) = x^2(x - 120)$$

- (d) Étudier le signe de $B(x)$.
 - (e) En déduire la production maximal avant que l'artisan commence à perdre de l'argent.
3. Recherche du maximum des bénéfices.
 - (a) Déterminer $B'(x)$ la dérivée de $B(x)$.
 - (b) Montrer que l'on peut écrire

$$B'(x) = 3x(x - 80)$$

- (c) Étudier le signe de $B'(x)$ et en déduire les variations de $B(x)$.
- (d) En déduire le nombre de sachet que l'artisan doit produire pour maximiser ses bénéfices.

Exercice 2

Population de bactéries

Cet exercice est un problème ouvert. C'est à dire qu'il y a de nombreuses façon d'y apporter une réponse qui pourra être plus ou moins précise. C'est à vous de choisir les outils qui vous semblent les plus pertinents puis de détailler votre démarche - qui est aussi importante que le résultat final.

La population de bactéries dans une solution est modélisée par la fonction suivante

$$f(x) = -0,01t^3 + 4t^2 + 2t$$

où t représente le temps en heure depuis le début de l'expérience.

Déterminer quand la population de bactéries va s'éteindre et quand elle aura atteint son maximum.