

Les résistances et les condensateurs sont des composants électroniques utilisés dans le domaine du son pour concevoir des filtres.

Placé en sortie d'un microphone, un filtre atténue plus ou moins les sons selon leur fréquence  $f$ , exprimée en Hertz (Hz).

Pour un filtre donné, l'atténuation d'un son se calcule à l'aide de deux nombres complexes  $z_R$ .

Dans tout l'exercice, on suppose que  $z_R = 10$  et  $z_C = -\frac{1\,000\sqrt{3}}{f}i$ , où  $i$  désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument  $\frac{\pi}{2}$ .

#### Partie A : Effet du filtre sur un son grave

On choisit un son grave de fréquence  $f = 100$ .

- Montrer que  $z_C = -10\sqrt{3}i$ .
- (a) Déterminer la forme exponentielle de  $z_C$ .  
(b) On considère le nombre complexe  $Z = z_R + z_C$ . On a donc  $Z = 10 - 10\sqrt{3}i$ .  
Déterminer la forme exponentielle de  $Z$ .
- (c) On considère le nombre complexe  $z_G$  défini par :  $z_G = \frac{z_C}{z_R + z_C}$ .

$$\text{Montrer que } z_G = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}.$$

- Le module du nombre complexe  $z_G$  est appelé gain du filtre.  
Donner la valeur exacte du gain du filtre puis une valeur approchée au centième.

#### Partie B : Effet du filtre sur un son aigu

On choisit un son aigu de fréquence  $f = 1\,000\sqrt{3}$ .

- Montrer que le nombre complexe  $z_G$  défini par  $z_G = \frac{z_C}{z_R + z_C}$  est égal à  $\frac{-i}{10 - i}$ .
- Déterminer la forme algébrique de  $z_G$ .
- Calculer la valeur exacte du gain du filtre  $|z_G|$  et en donner une valeur approchée au centième.

Les résistances et les condensateurs sont des composants électroniques utilisés dans le domaine du son pour concevoir des filtres.

Placé en sortie d'un microphone, un filtre atténue plus ou moins les sons selon leur fréquence  $f$ , exprimée en Hertz (Hz).

Pour un filtre donné, l'atténuation d'un son se calcule à l'aide de deux nombres complexes  $z_R$ .

Dans tout l'exercice, on suppose que  $z_R = 10$  et  $z_C = -\frac{1\,000\sqrt{3}}{f}i$ , où  $i$  désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument  $\frac{\pi}{2}$ .

#### Partie A : Effet du filtre sur un son grave

On choisit un son grave de fréquence  $f = 100$ .

- Montrer que  $z_C = -10\sqrt{3}i$ .
- (a) Déterminer la forme exponentielle de  $z_C$ .  
(b) On considère le nombre complexe  $Z = z_R + z_C$ . On a donc  $Z = 10 - 10\sqrt{3}i$ .  
Déterminer la forme exponentielle de  $Z$ .
- (c) On considère le nombre complexe  $z_G$  défini par :  $z_G = \frac{z_C}{z_R + z_C}$ .

$$\text{Montrer que } z_G = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}.$$

- Le module du nombre complexe  $z_G$  est appelé gain du filtre.  
Donner la valeur exacte du gain du filtre puis une valeur approchée au centième.

#### Partie B : Effet du filtre sur un son aigu

On choisit un son aigu de fréquence  $f = 1\,000\sqrt{3}$ .

- Montrer que le nombre complexe  $z_G$  défini par  $z_G = \frac{z_C}{z_R + z_C}$  est égal à  $\frac{-i}{10 - i}$ .
- Déterminer la forme algébrique de  $z_G$ .
- Calculer la valeur exacte du gain du filtre  $|z_G|$  et en donner une valeur approchée au centième.