

# Binomiale et échantillonnage - Cours

– octobre 2020

## 2 Expérience et loi de Bernoulli

### Définition

Une expérience aléatoire qui a deux issues possibles (que l'on nommera **succès** et **échec**) est appelé **épreuve de Bernoulli**.

En associant la valeur 1 à un succès et 0 à un échec. On peut modéliser cette expérience avec un variable aléatoire  $X$  qui suit un **loi de Bernoulli** (notée  $X \sim \mathcal{B}(p)$ ) résumée par le tableau suivant :

Valeurs	1	0
Probabilité	$p$	$1-p$

où  $p$  est la probabilité d'avoir un succès.

### Exemple

Un passager qui a 9 chances sur 10 de se présenter à l'embarquement d'un avion.

**À faire au crayon à papier :** Préciser ce qu'est le succès, l'échec, déterminer la valeur de  $p$  et compléter le tableau

### Propriétés

Soit  $X \sim \mathcal{B}$  alors

- L'espérance de  $X$  est  $E[X] = p$
- L'écart-type de  $X$  est  $\sigma = \sqrt{p(1-p)}$

### Démonstration

**À faire au crayon à papier :** Démontrer la formule de l'espérance

## 3 Loi binomiale

On a vu que pour simuler tout un vol, c'est à dire 53 passagers, il fallait répéter 53 fois l'épreuve de Bernoulli vue dans l'exemple précédent. Les répétitions d'épreuve de Bernoulli s'appellent **schéma de Bernoulli** et sont modéliser avec une loi **binomiale**.

### Définition

La **loi Binomiale de paramètre  $n$  et  $p$**  notée  $\mathcal{B}(n; p)$  est la loi de probabilité qui modélise la somme de répétitions indépendantes et identiques de  $n$  situations modélisées par une loi de Bernoulli de paramètre  $p$ .

Ces situations peuvent être représenté par un arbre de probabilité où chaque étage correspond à une répétition.

### Exemple

Dans une classe de 20 élèves, Sarah ne veut pas être interrogée sur son travail. Le professeur interroge au hasard 3 élèves qu'il choisit de façon indépendantes et identiques.

On note  $X$  le nombre de fois que Sarah est interrogée.

**À faire au crayon à papier :** Quelle loi suit  $X$ ? Représenter la situation avec un arbre de probabilité