

3 Règles de calculs et équations avec les logarithmes

Propriété Règles de calculs

Soit a et b deux réels strictement positifs

$$\begin{aligned} \ln(1) &= 0 \\ \ln(a^n) &= n \times \ln(a) \\ \ln\left(\frac{1}{a}\right) &= -\ln(a) \\ \ln\left(\frac{a}{b}\right) &= \ln(a) - \ln(b) \end{aligned}$$

Démonstration

- $\ln(1) = 0$

- $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$

Exemples d'utilisation

À faire au crayon à papier : Écrire sous la forme d'une seul logarithme $A = 3\ln(8) - \ln(2) + 4\ln(5)$

À faire au crayon à papier : Démontrer l'égalité $\ln(6x) + \ln\left(\frac{x}{2}\right) + \ln\left(\frac{x}{3}\right) = 3\ln(x)$

Le logarithme peut être utilisé pour résoudre des équations ou inéquation mettant en jeu des exponentielle ou des puissances.

Propriétés

Les propriétés suivantes sont données pour des égalités mais restent valables pour les inégalités dont le sens est conservé.

- Pour tout $k > 0$, l'équation $e^x = k$ a une unique solution $x = \ln(k)$.
- Pour tout $k \leq 0$, l'équation $e^x = k$ n'a pas de solution.
- Pour tout $k \in \mathbb{R}$, l'équation $\ln(x) = k$ a une unique solution $x = e^k$.

Exemple

À faire au crayon à papier : Résoudre l'équation $4e^x + 1 = 10$

À faire au crayon à papier : Résoudre l'équation $\ln(2x + 1) = 10$