

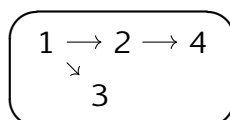
# Vecteur et coordonnées - Plan de travail

2nd – Avril 2022

Savoir-faire de la séquence

- Représenter un vecteur dont on connaît les coordonnées. Lire les coordonnées d'un vecteur.
- Calculer les coordonnées d'une somme de vecteurs, d'un produit d'un vecteur par un nombre réel.
- Calculer la distance entre deux points. Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
- Caractériser alignement et parallélisme par la colinéarité de vecteurs.

Ordre des étapes à respecter



## 1 Coordonnées de vecteur

- Exercice 1 : Coordonnée et repère .....☆☆☆☆☆
- Exercice 2 : Calculs de coordonnées .....☆☆☆☆☆
- Exercice 3 : Égalité entre vecteurs.....☆☆☆☆☆
- Exercice 4 : Coordonnée de points et transformations.....☆☆☆☆☆

## 2 Opération sur les vecteurs

- Exercice 5 : Calculs avec les coordonnées de vecteurs .....☆☆☆☆☆
- Exercice 6 : Équilibre des forces .....☆☆☆☆☆
- Exercice 7 : Coordonnée manquante .....☆☆☆☆☆

## 3 Norme et distance

- Exercice 8 : Norme d'un vecteur .....☆☆☆☆☆

## 4 Déterminant et colinéarité

- Exercice 9 : Colinéarité.....☆☆☆☆☆
- Exercice 10 : Alignement.....☆☆☆☆☆
- Exercice 11 : Coordonnée manquante.....☆☆☆☆☆
- Exercice 12 : Problèmes de géométrie.....☆☆☆☆☆

## Exercice 1

## Coordonnée et repère

1. Lire graphiquement les coordonnées des vecteurs  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$ .
2. Placer les points suivants

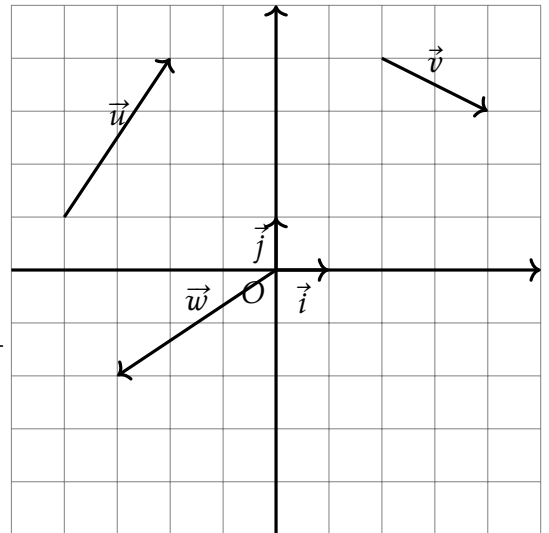
$$A(2; 4) \quad B(-2; 3) \quad C(4; -2) \quad D(-1; -4)$$

3. Déterminer les coordonnées des vecteurs

$$\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{AC} \quad \overrightarrow{AD} \quad \overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{DC} \quad \overrightarrow{BC}$$

4. Lire graphiquement les coordonnées des points suivants

- (a)  $Z$  image de  $A$  par la translation de vecteur  $\vec{w}$
- (b)  $Y$  image de  $B$  par la translation de vecteur  $\vec{v}$
- (c)  $X$  image de  $C$  par la translation de vecteur  $\vec{w}$
- (d)  $S$  image de  $D$  par la translation de vecteur  $2\vec{u}$



## Exercice 2

## Calculs de coordonnées

On définit les points suivants

$$A(2; 4) \quad B(5; 1) \quad C(-6; -3) \quad D(1; -6) \quad E(0; -2) \quad F\left(\frac{1}{2}; -2\right) \quad G\left(\frac{1}{4}; \frac{2}{3}\right)$$

Calculer les coordonnées des vecteurs suivants

- |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1. $\overrightarrow{AB}$ | 4. $\overrightarrow{ED}$ | 7. $\overrightarrow{EC}$ |
| 2. $\overrightarrow{AC}$ | 5. $\overrightarrow{AE}$ | 8. $\overrightarrow{FG}$ |
| 3. $\overrightarrow{DE}$ | 6. $\overrightarrow{BE}$ | 9. $\overrightarrow{FA}$ |

## Exercice 3

## Égalité entre vecteurs

1. Dans les cas suivants, justifier si les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont égaux (leurs coordonnées doivent être égales)
  - (a)  $A(-2; -1)$ ,  $B(1; 3)$ ,  $C(1; 1)$  et  $D(-2; -1)$
  - (b)  $A(0; -1)$ ,  $B(1; 0)$ ,  $C(0; -2)$  et  $D(1; -1)$
2. Écrire un algorithme pour déterminer si deux vecteurs sont égaux en partant des coordonnées des 4 points.
3. On donne 3 points  $A(1; 2)$ ,  $B(1; 4)$  et  $C(x; 6)$ . Quelle doit être la valeur de  $x$  pour que les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{BC}$  soient égaux?
4. On donne 4 points  $A(x - 1; 2)$ ,  $B(-1; y - 5)$ ,  $C(0; -2)$  et  $D(4; 3)$ . Quelle doivent être les valeurs de  $x$  et  $y$  pour que les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  soient égaux?

## Exercice 4

## Coordonnée de points et transformations

Calculer les coordonnées des points suivants

1.  $B$  image du point  $A(2; 3)$  par la translation de vecteur  $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ .
2.  $D$  image du point  $C(-2; 5)$  par la translation de vecteur  $\vec{v}\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ .
3.  $F$  image du point  $E(0; 3)$  par la translation de vecteur  $\vec{v}\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

## Exercice 5

## Calculs avec les coordonnées de vecteurs

On définit les vecteurs suivants

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \vec{x} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

et les points suivants

$$A(2; 5) \quad B(4; 1) \quad C(2; -2) \quad D(-3; 1)$$

Calculer les coordonnées des vecteurs suivants

1. $\vec{u} + \vec{x}$	3. $\vec{w} - \vec{v}$	5. $2\vec{w} + \vec{x} - 2\vec{x}$	7. $\vec{AC} + 2\vec{CD}$
2. $\vec{w} + \vec{x}$	4. $\vec{u} + \vec{x} + \vec{v} - 2\vec{w}$	6. $\vec{AB} + \vec{x}$	8. $\vec{AC} - 3\vec{AB}$

## Exercice 6

## Équilibre des forces

- Un objet est modélisé par un point  $O$ . On applique dessus 3 forces :  $\vec{F}_1 \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{F}_2 \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{F}_3 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ .
  - Additionner ces trois forces.
  - Expliquer pourquoi on peut dire que l'objet est en équilibre
- Un objet est modélisé par un point  $O$ . On applique dessus 3 forces :  $\vec{F}_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{F}_2 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\vec{F}_3 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ .
  - Montrer que l'objet n'est pas en équilibre.
  - Quelle doit être la quatrième force à appliquer pour que l'objet soit en équilibre.

## Exercice 7

## Coordonnée manquante

Soient  $A(-3; 7)$ ,  $B(0; -3)$  et  $(-2; 3)$  trois points du plan et un point  $M(x; y)$  dont il faudra déterminer les coordonnées dans chacun des cas suivants

1. $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{CB}$	2. $2\vec{AB} + 3\vec{CM} = \vec{0}$	3. $\vec{BM} = 3\vec{AB} - \vec{CB}$	4. $3\vec{BM} = 2\vec{AM}$
-------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	----------------------------

## Exercice 8

## Norme d'un vecteur

On définit les vecteurs suivants

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \vec{x} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

et les points suivants

$$A(2; 5) \quad B(4; 1) \quad C(2; \frac{1}{5}) \quad D(\frac{2}{3}; 1)$$

Calculer les coordonnées des vecteurs suivants

- Calculer la norme des vecteurs :  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  et  $\vec{x}$
- Calculer la norme des vecteurs :  $\vec{AB}$  et  $\vec{CD}$

## Exercice 9

## Colinéarité

Dans chacun des cas suivant, dire si les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  sont colinéaires

1. $A(1; -4)$ , $B(-4; 8)$ et $C(-6; 2)$	3. $A(\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$ , $B(\frac{1}{4}; \frac{-2}{4})$ et $C(\frac{-1}{2}; \frac{-11}{3})$
2. $A(5; 5)$ , $B(0; -1)$ et $C(10; 11)$	

Dans chacun des cas suivant, dire si les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés

- |   |  |   |
|---|--|---|
| 1. $A(4; 2)$ , $B(10; -5)$ et $C(-8; 16)$ |  | 3. $A\left(\frac{-1}{5}; 1\right)$ , $B\left(2; \frac{-1}{6}\right)$ et $C\left(\frac{10}{5}; 1\right)$ |
| 2. $A(9; 1)$ , $B(6; -1)$ et $C(3; -3)$   |  |   |

1. Déterminer la valeur de  $m$  pour que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  soient colinéaires

(a) $\vec{u}\begin{pmatrix} -8 \\ 8 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} m \\ 2 \end{pmatrix}$		(b) $\vec{u}\begin{pmatrix} m-1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

2. Déterminer la valeur de  $m$  pour que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  soient alignés.

(a) $A(1; 3)$ , $B(-2; 1)$ et $C(m; 2)$		(b) $A(-5; 1)$ , $B(7; 1)$ et $C(1; m-2)$

Soit  $(O, \vec{i}, \vec{h})$  un repère orthonormé. Soit  $A(0; 3)$ ,  $B(-1; 1)$  et  $C(-4; 2)$  trois points.

- Déterminer les coordonnées de  $I$  le milieu du segment  $[BC]$ .
- Déterminer les coordonnées du point  $D$  tel que

$$3\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$$

- Démontrer que  $D$ ,  $A$  et  $I$  sont alignés.