Fonction affine - Plan de travail

1G EnsSci – décembre 2025

Savoir-faire de la séquence

- Reconnaître une fonction affine et sa représentation graphique
- Lire graphiquement le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine
- Déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine à partir de sa représentation graphique
- Déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine à partir de deux valeurs
- Utiliser le taux d'accroissement pour calculer le coefficient directeur
- Modéliser des situations concrètes avec des fonctions affines
- Résoudre des problèmes de seuil dans le cas d'une croissance linéaire

1 Découverte fonction affine

Définition: Fonction affine

Une **fonction affine** est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = ax + b$$

où a et b sont deux nombres réels.

- a est appelé le **coefficient directeur** (ou **pente**)
- b est appelé l'**ordonnée à l'origine**

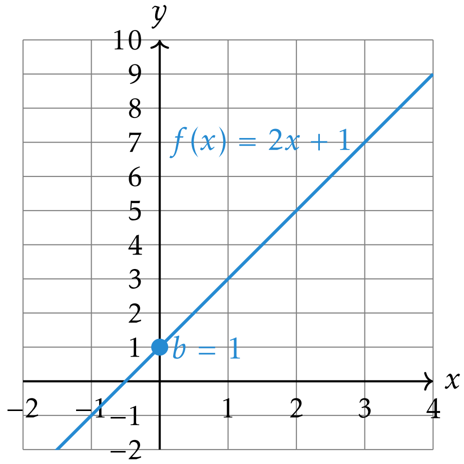
Cas particuliers :

- Si $b = 0$, alors $f(x) = ax$: on dit que f est une **fonction linéaire**
- Si $a = 0$, alors $f(x) = b$: on dit que f est une **fonction constante**

Propriété: Représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction affine $f(x) = ax + b$ est une **droite.**

- Le coefficient directeur a indique la **pente** de la droite
- L'ordonnée à l'origine b est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées



☐ Exercice 1: Pression . . . .

2 Calculer expression d'une fonction affine

Lire graphiquement une expression

Méthode: À partir du graphique

Pour déterminer l'expression d'une fonction affine à partir de sa représentation graphique :

1. On lit l'ordonnée à l'origine b (point d'intersection avec l'axe des ordonnées)
2. On choisit deux points de la droite et on calcule le coefficient directeur a avec la formule du taux d'accroissement :
$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$
3. On écrit l'expression : $f(x) = ax + b$

Exemple : Sur le graphique ci-dessous, on lit $b = 1$ (la droite coupe l'axe des ordonnées en 1).
En prenant les points $A(0;1)$ et $B(2;5)$, on calcule :

$$a =$$

Donc $f(x) =$.

Calculer une expression

Méthode: À partir de deux valeurs

Pour déterminer l'expression d'une fonction affine $f(x) = ax + b$ connaissant deux valeurs $f(x_A) = y_A$ et $f(x_B) = y_B$:

1. On calcule le coefficient directeur a avec la formule :
$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$
2. On remplace a, x_A et y_A dans l'équation $y_A = a \times x_A + b$ pour trouver b
3. On écrit l'expression finale : $f(x) = ax + b$

Exemple : Soit f une fonction affine telle que $f(0) = 3$ et $f(2) = 11$.

1. Calcul de a :
$$a =$$
2. Calcul de b : On utilise $f(0) = 3$
3. Expression de f :
$$f(x) =$$

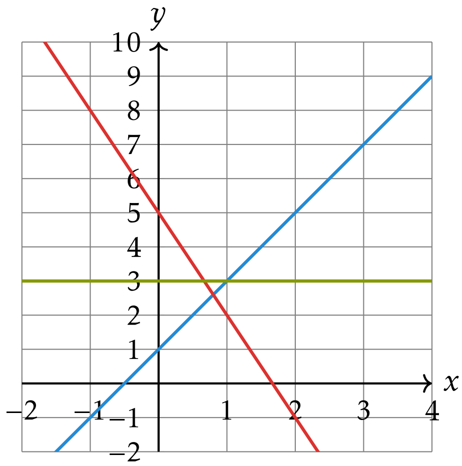
- ☐ Exercice 2: Association de fonctions ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 3: Expression d'une fonction - graphique ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 4: Expression d'une fonction - valeurs ☆☆☆☆☆

3 Mise en situation

Propriété: Sens de variation

Soit $f(x) = ax + b$ une fonction affine.

- Si $a > 0$, alors f est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}$
- Si $a < 0$, alors f est **strictement décroissante** sur $\mathbb{R}$
- Si $a = 0$, alors f est **constante** sur $\mathbb{R}$



Méthode: Résoudre un problème de seuil

Pour résoudre un problème de seuil :

1. Modéliser la situation par une fonction affine $f(x) = ax + b$
2. Traduire la question par une équation ou une inéquation
3. Résoudre l'équation ou l'inéquation
4. Interpréter le résultat dans le contexte du problème

Exemple : Un plongeur descend dans l'eau. La pression P (en bars) qu'il subit en fonction de la profondeur x (en mètres) est donnée par $P(x) = 0,1x + 1$.

À quelle profondeur la pression atteint-elle 5 bars ?

On résout : $0,1x + 1 = 5$

☐ Exercice 5: Offre et demande . . . . ☆☆☆☆☆

☐ Exercice 6: Conversion de températures . . . . ☆☆☆☆☆

☐ Exercice 7: Remplissage d'un réservoir . . . . ☆☆☆☆☆

Exercice 1 — Pression

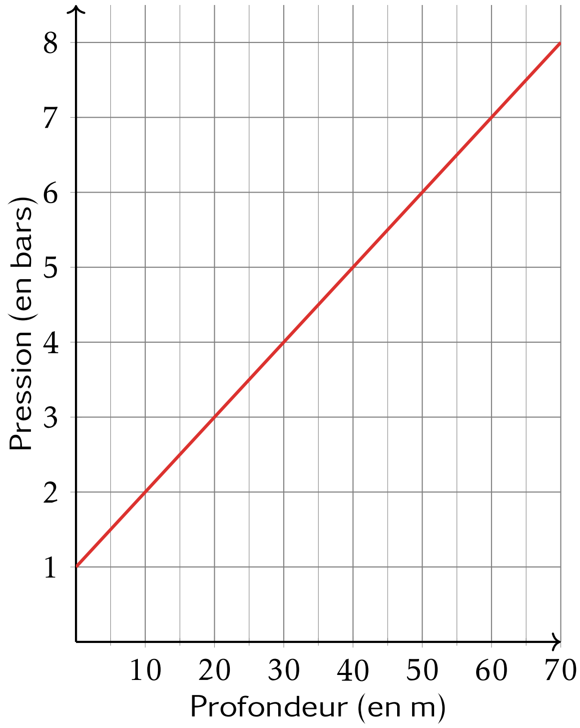
On donne ci-contre la représentation de la fonction f donnant la pression en bars s'exerçant sur un plongeur en fonction de sa profondeur x en mètres.

1 À l'aide de la représentation graphique :

a. Donner la pression en bars s'exerçant sur un plongeur à une profondeur de 30 m, de 45 m.

b. Donner la profondeur en mètres lorsque la pression s'exerçant sur le plongeur est de 3 bars.

c. Quelle est la pression s'exerçant sur le plongeur à la surface de l'eau ? Comment expliquer que cette pression n'est pas nulle ?



2 a. Quelle est la nature de la fonction f ?

b. Si on plonge de 10m comment évolue la pression?

c. Si on plonge de 20m comment évolue la pression?

d. Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x.

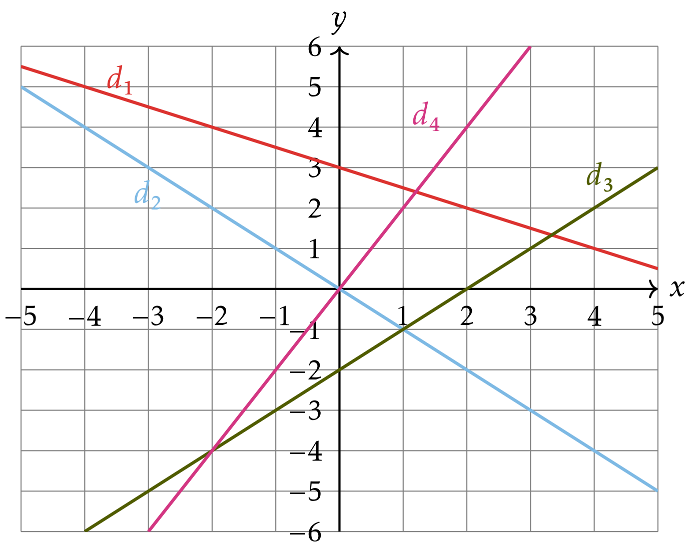
e. En déduire la pression à 8,3 m de profondeur.

f. Calculer la profondeur en mètres à laquelle se trouve le plongeur si la pression s'exerçant sur lui est de 10,7 bars.

Exercice 2 — Association de fonctions

On donne ci-dessous les représentations graphiques de quatre fonctions affines f, g, h et k définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3 - 0,5x$; $g(x) = 2x$; $h(x) = -x$ et $k(x) = x - 2$.

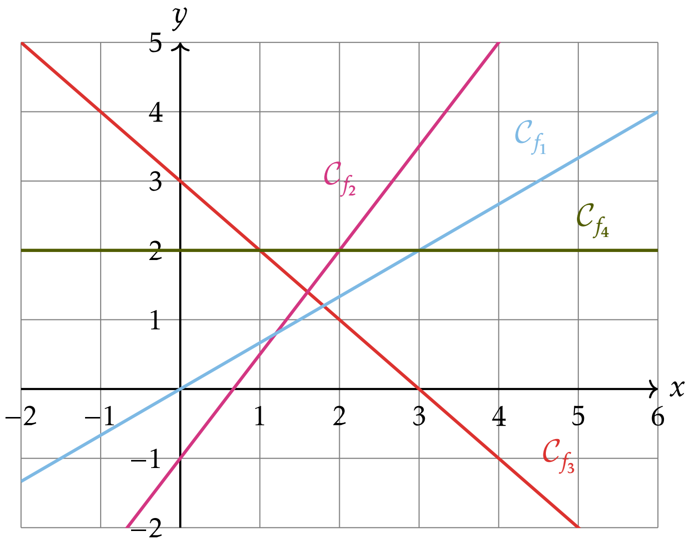
Associer chaque fonction à la droite qui la représente.



Exercice 3 — Expression d'une fonction - graphique

On a représenté ci-dessous quatre fonctions affines f_1, f_2, f_3 et f_4.

Déterminer leurs expressions algébriques.



Exercice 4 — Expression d'une fonction - valeurs

Déterminer l'expression algébrique des fonctions affines suivantes à partir des informations données

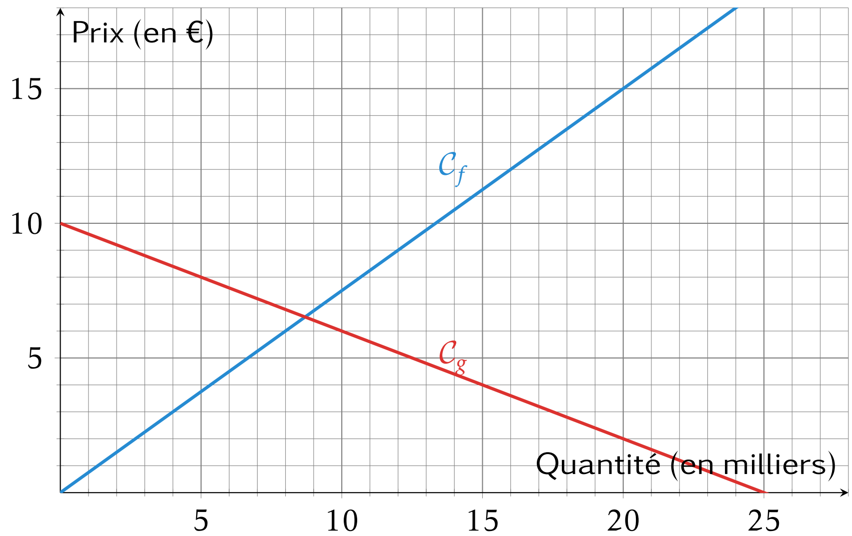
1. La fonction f vérifie $f(0) = 3$ et $f(2) = 11$.
2. La fonction g vérifie $g(0) = -5$ et $g(4) = 7$.
3. La fonction h vérifie $h(0) = 8$ et $h(2) = 2$.
4. La fonction k vérifie $k(1) = 7$ et $k(3) = 17$.
5. La fonction m vérifie $m(2) = 3$ et $m(5) = -9$.
6. La fonction n vérifie $n(-1) = 5$ et $n(3) = -3$.

Exercice 5 — Offre et demande

L'offre est la quantité de biens qu'une entreprise est prête à vendre à un prix donné.

La demande est la quantité de biens que les consommateurs sont prêts à acheter pour un prix donné.

Lors du lancement d'un jouet sur le marché, une étude a permis d'obtenir les représentations des fonctions d'offre et de demande.



1.
   a. Déterminer à l'aide du graphique l'expression algébrique de la fonction f.
   b. Que valent $g(0)$ et $g(25)$? En déduire l'expression algébrique de $g(x)$.
   c. Laquelle des deux représentations graphiques représente la demande ? Justifier.
   d. Lorsque le prix est de 5 €, quelle quantité approximative de jouets l'entreprise est-elle prête à vendre ? Quelle quantité de jouets les consommateurs sont-ils prêts à acheter ?
2. Le marché d'offre et de demande est à l'équilibre lorsque, pour un même prix, la quantité offerte par les producteurs est égale à la quantité demandée par les consommateurs. Déterminer ce prix d'équilibre :
   a. graphiquement.
   b. par le calcul arrondi au centime.
   c. À quelle quantité ce prix correspond-il ?

Exercice 6 — Conversion de températures

En France, l'unité de température est le degré Celsius, noté °C. Dans certains pays anglo-saxons, l'unité est le degré Fahrenheit, noté °F.

La conversion des degrés Celsius en degrés Fahrenheit s'obtient à l'aide d'une fonction affine f qui à une température en degrés Celsius x associe la température $f(x)$ en degrés Fahrenheit.

Pour un Californien, l'eau gèle à 32 °F et bout à 212 °F.

1 Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$.

2 À l'aide de cette expression, répondre aux questions suivantes.

a. Quelle est la température du corps humain en °F ?

b. S'il fait 90 °F à Los Angeles, est-ce une température supportable ?
Justifier.

c. Peut-on trouver une température qui s'exprime par le même nombre en °C et en °F ?

Exercice 7 — Remplissage d'un réservoir

Un réservoir d'eau de pluie est en train de se remplir. Au début de l'observation (à $t = 0$ minute), le réservoir contient déjà 150 litres d'eau. On mesure qu'après 10 minutes, le réservoir contient 250 litres.

On suppose que le débit de remplissage est constant.

1 a. Quel est le volume d'eau ajouté en 10 minutes ?

b. En déduire le débit de remplissage en litres par minute.

c. Justifier que le volume V (en litres) en fonction du temps t (en minutes) peut être modélisé par une fonction affine.

d. Déterminer l'expression de la fonction $V(t)$ donnant le volume d'eau dans le réservoir en fonction du temps t.

e. Calculer le volume d'eau dans le réservoir après 25 minutes.

f. Calculer le volume d'eau dans le réservoir après 1 heure.

2 La capacité maximale du réservoir est de 800 litres. À quel moment le réservoir sera-t-il plein ?

3 Représenter graphiquement la fonction $V(t)$ pour t variant de 0 à 70 minutes. Tracer sur ce graphique la droite représentant le volume maximum du réservoir.