Arbre de probabilité - Solutions

1G EnsSci – mai 2026

Attention – Document généré par IA

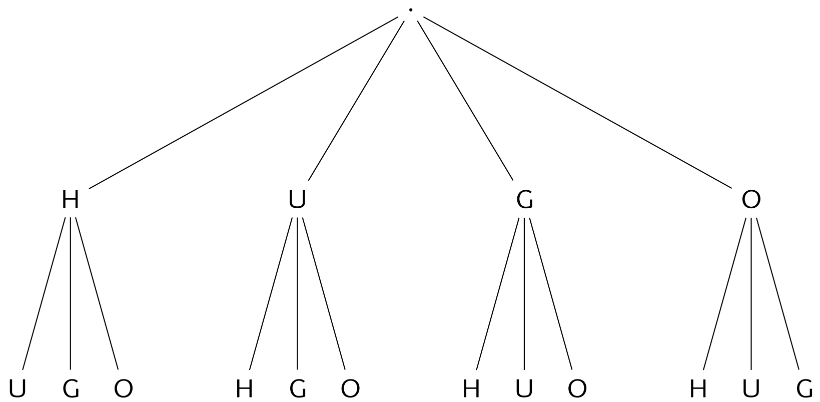
Ce document a été essentiellement généré par une intelligence artificielle (LLM) et relu dans les grandes lignes. Des erreurs, des approximations ou des méthodes inhabituelles peuvent être présentes.

Restez critique face au contenu proposé et ne le considérez pas comme une vérité absolue.

Exercice 1 — Solution — Mot et lettre

1 **Hugo** commence à jouer.

a. Hugo dispose de 4 lettres distinctes : H, U, G, O. L'arbre des issues possibles est :



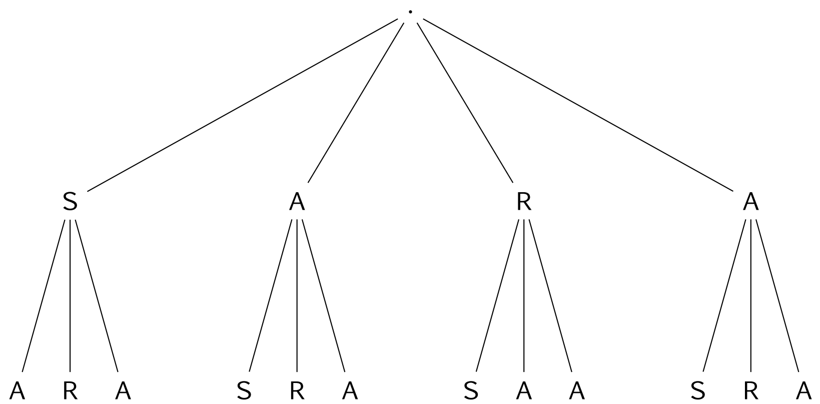
Il y a donc 12 issues possibles (mots de 2 lettres).

b. Chaque issue a la même probabilité : $\frac{1}{12}$.

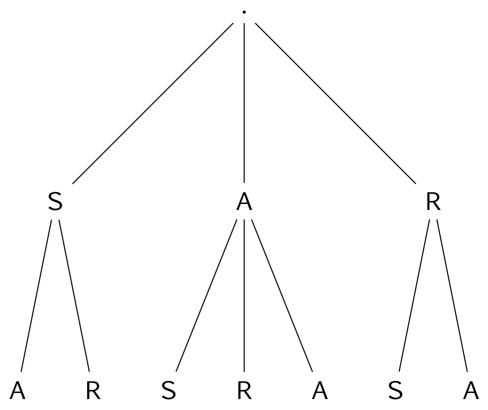
- $P(\text{“Le mot est } HU\text{”}) = \frac{1}{12}$
- $P(\text{“Le mot commence par } U\text{”}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ (issues : UH, UG, UO)
- $P(\text{“Le mot termine par } U\text{”}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ (issues : HU, GU, OU)

2 C'est au tour de **Sara** de jouer

a. Sara dispose de 4 lettres : S, A, R, A. L'arbre complet est :



b. Version simplifiée en regroupant les deux A :

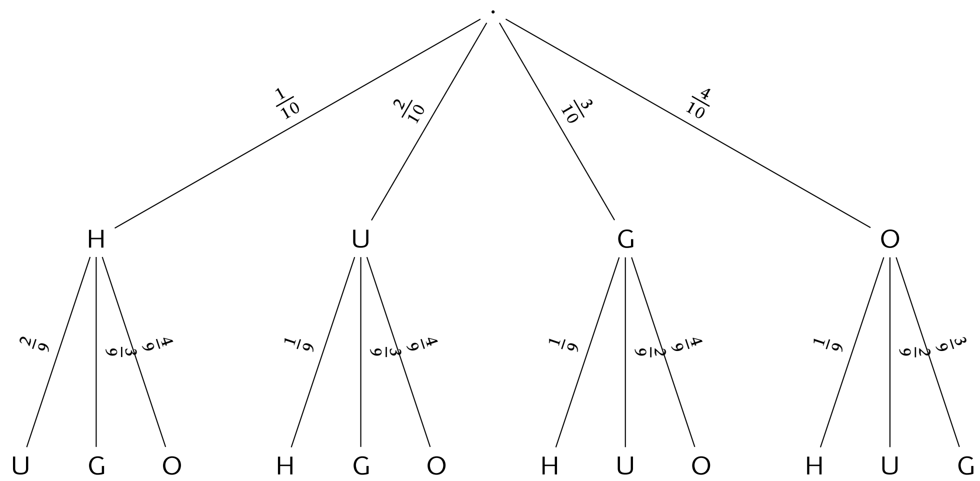


c. Calcul des probabilités :

- **Méthode 1 (arbre complet)** : Il y a 12 issues équiprobables de probabilité $\frac{1}{12}$ chacune.
  - $P(\text{“Le mot est } SA\text{”}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ (2 chemins mènent à SA)
  - $P(\text{“Le mot commence par } R\text{”}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
  - $P(\text{“Le mot termine par } A\text{”}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$
- **Méthode 2 (arbre simplifié)** : On calcule les probabilités en tenant compte des effectifs.
  - $P(\text{“Le mot est } SA\text{”}) = P(S) \times P_S(A) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
  - $P(\text{“Le mot commence par } R\text{”}) = \frac{1}{4}$
  - $P(\text{“Le mot termine par } A\text{”}) = P(S)\times P_S(A)+P(A)\times P_A(A)+P(R)\times P_R(A) = \frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3} = \frac{2}{12}+\frac{2}{12}+\frac{2}{12} = \frac{1}{2}$

3 **Hugo** propose une variante : 1 jeton H, 2 jetons U, 3 jetons G, 4 jetons O (total : 10 jetons)

a. L'arbre pondéré est :



b. Calcul des probabilités :

- $P(\text{“Le mot est } HU\text{”}) = \frac{1}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$
- $P(\text{“Le mot commence par } U\text{”}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
- $P(\text{“Le mot termine par } U\text{”}) = P(H) \times P_H(U) + P(G) \times P_G(U) + P(O) \times P_O(U) = \frac{1}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{4}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{2}{90} + \frac{6}{90} + \frac{8}{90} = \frac{16}{90} = \frac{8}{45}$

Exercice 2 — Solution — Confiseries

1 $\bar{B}$ est l'évènement « la confiserie est un chewing-gum ». D'après l'arbre : $P(\bar{B}) = 0{,}72$.

2 On cherche $P_B(\bar{M})$, la probabilité d'être à la fraise sachant que c'est un bonbon. D'après l'arbre : $P_B(\bar{M}) = 0{,}25$.

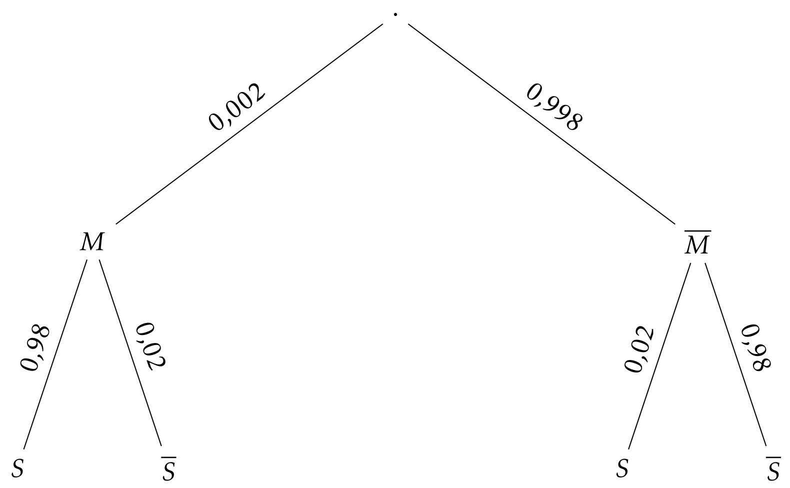
3 $p(B \cap \bar{M}) = P(B) \times P_B(\bar{M}) = 0{,}28 \times 0{,}25 = 0{,}07$.
$B \cap \bar{M}$ est l'évènement « la confiserie est un bonbon à la fraise ». La probabilité de tirer au hasard un bonbon à la fraise est $0{,}07$.

Exercice 3 — Solution — Aéroport

1 D'après l'énoncé :

- Un voyageur sur 500 porte un objet métallique, donc $P(M) = \dfrac{1}{500} = 0{,}002$
- Lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est $0{,}98$, donc $P_M(S) = 0{,}98$
- Lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est $0{,}98$, donc $P_{\overline{M}}(\overline{S}) = 0{,}98$

2 L'arbre complété est :



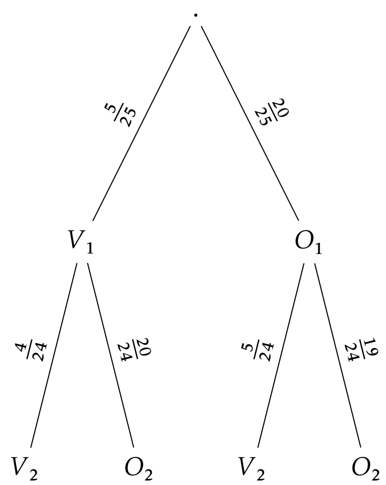
3 D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
P(S) &= P(M \cap S) + P(\overline{M} \cap S)\\
&= P(M) \times P_M(S) + P(\overline{M}) \times P_{\overline{M}}(S)\\
&= 0{,}002 \times 0{,}98 + 0{,}998 \times 0{,}02\\
&= 0{,}00196 + 0{,}01996\\
&= 0{,}02192
\end{aligned}$$

La probabilité que le portique sonne est $0{,}02192$.

Exercice 4 — Solution — Boules vertes et oranges

1 L'urne contient 5 boules vertes et 20 boules oranges (25 au total).



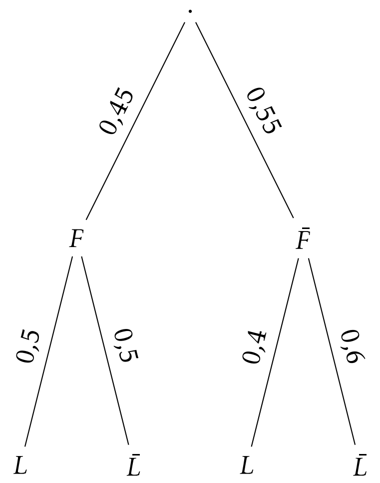
2 $P(V_1 \cap V_2) = \dfrac{5}{25} \times \dfrac{4}{24} = \dfrac{20}{600} = \dfrac{1}{30}$

3 On peut obtenir une boule verte au second tirage selon deux chemins :

$$P(V_2) = P(V_1 \cap V_2) + P(O_1 \cap V_2) = \frac{5}{25} \times \frac{4}{24} + \frac{20}{25} \times \frac{5}{24} = \frac{20}{600} + \frac{100}{600} = \frac{120}{600} = \frac{1}{5}$$

Exercice 5 — Solution — Jardin et limaces

1 $P(F) = 0{,}45$ et $P(\bar{F}) = 0{,}55$. $P(L \mid F) = \frac{1}{2} = 0{,}5$ et $P(L \mid \bar{F}) = \frac{2}{5} = 0{,}4$.



2 D'après la formule des probabilités totales :

$$P(L) = P(F \cap L) + P(\bar{F} \cap L) = 0{,}45 \times 0{,}5 + 0{,}55 \times 0{,}4 = 0{,}225 + 0{,}22 = 0{,}445$$

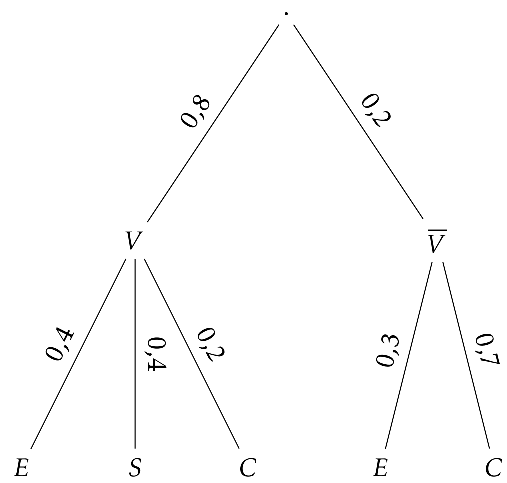
La probabilité qu'une plante choisie au hasard soit mangée par les limaces est $0{,}445$.

Exercice 6 — Solution — Paiements

1 a. D'après l'énoncé :

- $P(V) = 0{,}8$ (80 % des clients règlent des sommes inférieures ou égales à 30 €)
- $P_V(S) = 0{,}4$ (parmi ceux qui règlent $\leq$ 30 €, 40 % paient en mode sans contact)

b. L'arbre pondéré est :



2 a. On cherche $P(V \cap S)$:

$$\begin{aligned} P(V \cap S) &= P(V) \times P_V(S) \\ &= 0{,}8 \times 0{,}4 \\ &= 0{,}32 \end{aligned}$$

b. L'évènement « le client a réglé avec sa carte bancaire » correspond à $S \cup C$. D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(S \cup C) &= P(V \cap S) + P(V \cap C) + P(\overline{V} \cap C) \\ &= 0{,}8 \times 0{,}4 + 0{,}8 \times 0{,}2 + 0{,}2 \times 0{,}7 \\ &= 0{,}32 + 0{,}16 + 0{,}14 \\ &= 0{,}62 \end{aligned}$$