



Attention – Document généré par IA

Ce document a été essentiellement généré par une intelligence artificielle (LLM) et relu dans les grandes lignes. Des erreurs, des approximations ou des méthodes inhabituelles peuvent être présentes.

Restez critique face au contenu proposé et ne le considérez pas comme une vérité absolue.

Exercice 1

Solution

Automatismes

1 On convertit tous les nombres en décimaux :

- $A = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$
- $B = \frac{45}{100} = 0,45$
- $C = 0,35$

On a donc $C = 0,35 < A = 0,4 < B = 0,45$, soit $C < A < B$.

La réponse correcte est c) : $C < A < B$.

2 Réduction de 20 % sur 200 € :

$$200 \times \frac{20}{100} = 200 \times 0,2 = 40 \text{ € de réduction.}$$

$$\text{Prix soldé : } 200 - 40 = 160 \text{ €}$$

La réponse correcte est d) : 160 €.

Exercice 2

Solution

Abonnés

1 a. $100 + 50 = 150$ abonnés

b. $\frac{50}{100} = 0,5 = 50\%$

2 Soit A_n le nombre d'abonnés n semaines après le lancement. On a $A_n = 100 + 50n$.

a. $A_{10} = 100 + 50 \times 10 = 600$ abonnés

b. $100 + 50n = 425 \Leftrightarrow 50n = 325 \Leftrightarrow n = 6,5$

Comme n doit être un entier naturel, il est impossible que Théo ait exactement 425 abonnés un samedi.

c. $100 + 50n \geq 1600 \Leftrightarrow 50n \geq 1500 \Leftrightarrow n \geq 30$

Théo atteindra son objectif au bout de **30 semaines**.

3 Soit B_n le nombre d'abonnés n semaines après le lancement. On a $B_n = 100 \times 1,5^n$.

a. $B_2 = 100 \times 1,5^2 = 100 \times 2,25 = 225$ abonnés

b. $B_n = 100 \times 1,5^n$

c. $100 \times 1,5^n \geq 1600 \Leftrightarrow 1,5^n \geq 16$

D'après le tableau : $1,5^5 = 7,59375$ donc $100 \times 1,5^5 = 759,375 < 1600$.

Il faut continuer : $1,5^6 \approx 11,39$ donc $100 \times 1,5^6 \approx 1139 < 1600$.

$1,5^7 \approx 17,09$ donc $100 \times 1,5^7 \approx 1709 > 1600$.

Théo atteindra son objectif au bout de **7 semaines**.

4 Schéma : la suite arithmétique (question 2) donne une droite, la suite géométrique (question 3) donne une courbe exponentielle. L'objectif est atteint beaucoup plus rapidement avec la croissance exponentielle (7 semaines contre 30 semaines).

Exercice 3

Solution

Le lièvre, la tortue et la souris

1 Étude du déplacement de la souris

- a. D'après le graphique, à $t = 0$ minute, la souris est à 300 mètres de la ligne de départ.
- b. D'après le graphique, à $t = 50$ minutes, la souris est à 700 mètres de la ligne de départ.
On peut aussi calculer : $S(50) = 8 \times 50 + 300 = 400 + 300 = 700$ mètres.
- c. D'après le graphique, la droite passe par les points $(0; 300)$ et $(50; 700)$.
Le coefficient directeur est : $a = \frac{700 - 300}{50 - 0} = \frac{400}{50} = 8$
L'ordonnée à l'origine est $b = 300$ (position de départ).
Donc $S(t) = 8t + 300$.
- d. La souris franchit la ligne d'arrivée quand $S(t) = 800$:
 $8t + 300 = 800 \Leftrightarrow 8t = 500 \Leftrightarrow t = \frac{500}{8} = 62,5$ minutes
Il faudra **62,5 minutes** (soit **62 minutes et 30 secondes**) à la souris pour terminer la course.

2 Étude du déplacement du lièvre

- a. Le lièvre parcourt 125 mètres en 10 minutes.
Vitesse : $\frac{125}{10} = 12,5$ mètres par minute.
- b. Après 30 minutes : $12,5 \times 30 = 375$ mètres
- c. La vitesse du lièvre est constante, il part de la position 0.
Donc $l(t) = 12,5t$.
- d. Le lièvre franchit la ligne d'arrivée quand $l(t) = 800$:
 $12,5t = 800 \Leftrightarrow t = \frac{800}{12,5} = 64$ minutes
Il faudra **64 minutes** au lièvre pour terminer la course.
- e. Tracer la droite passant par $(0; 0)$ et $(10; 125)$, ou encore $(64; 800)$.

3 Étude du déplacement de la tortue

- a. La tortue passe de 500 mètres à 560 mètres en 30 minutes.
Distance parcourue : $560 - 500 = 60$ mètres en 30 minutes.
- b. Vitesse : $\frac{60}{30} = 2$ mètres par minute.
- c. La vitesse de la tortue est constante, elle part de la position 500 mètres.
Donc $T(t) = 2t + 500$.
- d. La tortue franchit la ligne d'arrivée quand $T(t) = 800$:
 $2t + 500 = 800 \Leftrightarrow 2t = 300 \Leftrightarrow t = 150$ minutes
Il faudra **150 minutes** (soit **2 heures et 30 minutes**) à la tortue pour terminer la course.
- e. Tracer la droite passant par $(0; 500)$ et $(30; 560)$, ou encore $(150; 800)$.

4 La course

- a. Classement des temps d'arrivée :
- Souris : 62,5 minutes
 - Lièvre : 64 minutes
 - Tortue : 150 minutes
- C'est la **souris** qui gagne la course !
- b. Déroulement de la course :
- Au départ ($t = 0$) : la tortue est en tête (500 m), devant la souris (300 m) et le lièvre (0 m).
 - La souris rattrape la tortue quand $S(t) = T(t)$:
 $8t + 300 = 2t + 500 \Leftrightarrow 6t = 200 \Leftrightarrow t \approx 33,3$ minutes
 - Le lièvre rattrape la souris quand $l(t) = S(t)$:
 $12,5t = 8t + 300 \Leftrightarrow 4,5t = 300 \Leftrightarrow t \approx 66,7$ minutes
Mais à ce moment-là, la souris a déjà franchi la ligne d'arrivée (à 62,5 min) !
 - Le lièvre rattrape la tortue quand $l(t) = T(t)$:
 $12,5t = 2t + 500 \Leftrightarrow 10,5t = 500 \Leftrightarrow t \approx 47,6$ minutes
- Résumé** : Au départ, la tortue mène. Vers 33 minutes, la souris prend la tête. Vers 48 minutes, le lièvre dépasse la tortue. La souris gagne à 62,5 minutes, suivie du lièvre à 64 minutes.
- c. Pour que le lièvre gagne, il faudrait qu'il arrive avant la souris, donc avant 62,5 minutes.
En 62,5 minutes, le lièvre parcourt : $12,5 \times 62,5 = 781,25$ mètres
Il faudrait que la course fasse au maximum **781 mètres** pour que le lièvre puisse gagner.