

Radians - Plan de travail

1G spé math – septembre 2025

Savoir-faire de la séquence

- Placer un point sur le cercle trigonométrique.
- Lier la représentation graphique des fonctions cosinus et sinus et le cercle trigonométrique.

1 Découverte du cercle trigonométrique

- Q** Exercice 1: Longueur de l'arc ☆☆☆☆☆

2 Manipulation des mesures d'angles

- ✂ Exercice 2: Placer les angles ☆☆☆☆☆
- ✂ Exercice 3: Angles représentant le même point ☆☆☆☆☆
- ✂ Exercice 4: Mesure principale ☆☆☆☆☆

3 Sinus et cosinus

- ✂ Exercice 5: Vrai-Faux ☆☆☆☆☆
- ✂ Exercice 6: Valeurs de sin et cos - premier quadrant ☆☆☆☆☆
- ✂ Exercice 7: Valeurs de sin et cos ☆☆☆☆☆

4 Démonstrations

- 📖 Exercice 8: Valeurs de $\cos(\frac{\pi}{4})$ et $\sin(\frac{\pi}{4})$ ☆☆☆☆☆
- 📖 Exercice 9: Valeurs de $\cos(\frac{\pi}{3})$ et $\sin(\frac{\pi}{3})$ ☆☆☆☆☆

Exercice 1 **Q** Longueur de l'arc

Dans tout l'exercice, les longueurs et les angles seront donnés sous forme exacte et non approchées.

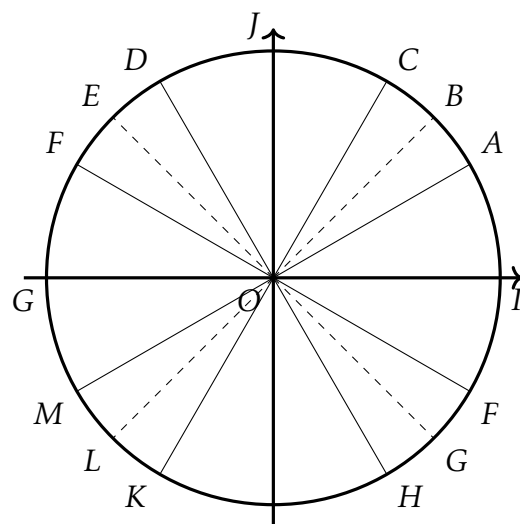
1. Tracer un repère orthonormé ainsi que les points $O(0; 0)$, $I(1; 0)$ et $J(0; 1)$.
2. Tracer un cercle \mathcal{C} d'une unité de rayon centré sur O .
3. Quel est la longueur du cercle \mathcal{C} ?
4. On place le point $A(-1; 0)$. Quel est la mesure de l'angle \widehat{IOA} ? Quelle est le longueur de l'arc de cercle entre I et A ?
5. Quel est la mesure de l'angle \widehat{IOJ} ? Quelle est le longueur de l'arc de cercle entre I et J ?
6. Quel est la mesure de l'angle \widehat{IOJ} ? Quelle est le longueur de l'arc de cercle entre I et J ?
7. Placer le point B sur le cercle \mathcal{C} tel que $\widehat{IOB} = 45^\circ$. Quelle est le longueur de l'arc de cercle entre I et B ?
8. Placer le point C sur le cercle \mathcal{C} tel que $\widehat{IOC} = 60^\circ$. Quelle est le longueur de l'arc de cercle entre I et C ?
9. Placer le point D sur le cercle \mathcal{C} tel que $\widehat{IOD} = 30^\circ$. Quelle est le longueur de l'arc de cercle entre I et D ?
10. Compléter le tableau suivant et déterminer un calcul qui permet de convertir un angle en degré en longueur d'arc.

| Angle | \widehat{IOA} | \widehat{IOB} | \widehat{IOC} | \widehat{IOD} | Tour entier |
|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|
| Mesure en degré | | | | | |
| Longueur de l'arc | | | | | |

Exercice 2

Placer les angles

On considère le le cercle trigonométrique ci-contre.
Les segments en pointillé partagent le cercle en huit angles de 45° et les autres en douze angles de 30°.
Associer les angles suivants aux points placés sur le cercle trigonométrique.



- | | | |
|---------------------|----------------------|-----------------------|
| a) $\frac{\pi}{6}$ | f) $\frac{4\pi}{3}$ | k) $-\frac{\pi}{3}$ |
| b) $\frac{\pi}{3}$ | g) $\frac{5\pi}{3}$ | l) $-\frac{\pi}{4}$ |
| c) $\frac{2\pi}{3}$ | h) $\frac{11\pi}{6}$ | m) $\frac{-6\pi}{3}$ |
| d) $\frac{5\pi}{4}$ | i) $\frac{9\pi}{4}$ | n) $\frac{-13\pi}{4}$ |
| e) $\frac{7\pi}{6}$ | j) $\frac{7\pi}{2}$ | o) $\frac{-20\pi}{2}$ |

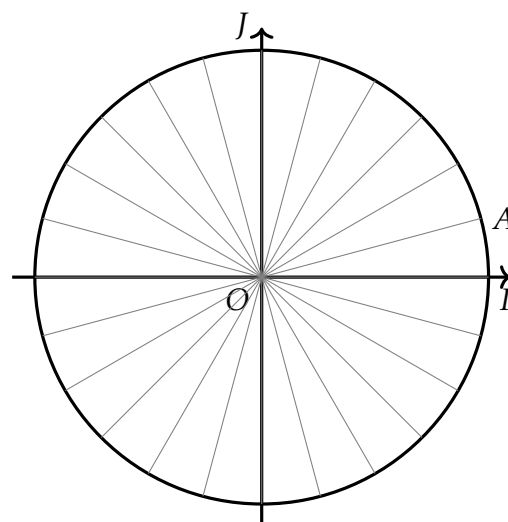
Exercice 3

Angles représentant le même point

On considère le le cercle trigonométrique ci-contre. On a partagé le cercle trigonométrique en 24 segments.

- Quel est la mesure de l'angle \widehat{IOA} ?
- Associer entre eux les nombres qui correspondent aux mêmes points sur le cercle.

- | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $\frac{8\pi}{3}$ | e) $\frac{2\pi}{3}$ | i) $-\frac{4\pi}{3}$ |
| b) $-\frac{11\pi}{6}$ | f) $-\frac{5\pi}{3}$ | j) $\frac{13\pi}{6}$ |
| c) $\frac{\pi}{3}$ | g) $\frac{\pi}{6}$ | k) $\frac{7\pi}{3}$ |
| d) $\frac{13\pi}{4}$ | h) $\frac{5\pi}{4}$ | l) $-\frac{3\pi}{4}$ |



- Pour chaque "famille", trouver la mesure correspondante dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$.

Exercice 4

Mesure principale

Retrouver la mesure principale des angles suivants, vous les placerez ensuite sur un cercle trigonométrique.

- | | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) $\frac{7\pi}{4}$ | d) $\frac{13\pi}{6}$ | g) $-\frac{5\pi}{3}$ | j) $-\frac{13\pi}{3}$ |
| b) $\frac{11\pi}{6}$ | e) $\frac{17\pi}{4}$ | h) $-\frac{11\pi}{6}$ | k) $\frac{19\pi}{6}$ |
| c) $\frac{9\pi}{4}$ | f) $-\frac{7\pi}{4}$ | i) $-\frac{9\pi}{4}$ | l) $-\frac{15\pi}{4}$ |

Exercice 5

Vrai-Faux

Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. Vous justifierez vos réponses par un croquis ou vous trouverez des contre-exemples.

- | | |
|--|--|
| 1. Pour tout réel $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, $\cos x \geq 0$. | 4. Pour tout réel x , $0 \leq \cos^2 x \leq 1$. |
| 2. Pour tout réel $x \in [0; \pi]$, $\sin x \geq 0$. | 5. (*) Pour tout réel x , $\sin 2x = 2 \sin x$. |
| 3. Pour tout réel $x \in [0; \pi]$, $\cos x \geq 0$. | 6. (*) Pour tout réel α , $\cos(\alpha + x) = \sin(\alpha)$. |

Exercice 6

Valeurs de sin et cos - premier quadrant

En vous aidant du tableau des valeurs de sin et de cos ainsi que du cercle trigonométrique, déterminer les valeurs suivantes

| | | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1. $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ | 3. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$ | 5. $\cos\left(\frac{17\pi}{4}\right)$ | 7. $\cos\left(\frac{-5\pi}{3}\right)$ |
| 2. $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ | 4. $\sin\left(\frac{13\pi}{6}\right)$ | 6. $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ | 8. $\sin\left(\frac{-6\pi}{4}\right)$ |

Exercice 7

Valeurs de sin et cos

En vous aidant du tableau des valeurs de sin et de cos ainsi que du cercle trigonométrique, déterminer les valeurs suivantes

| | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ | 3. $\cos(\pi)$ | 5. $\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ | 7. $\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ |
| 2. $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ | 4. $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ | 6. $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ | 8. $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)$ |

Exercice 8

Valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

Dans cet exercice, on cherche à démontrer que $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- Tracer un cercle trigonométrique dans le repère $(\vec{OI}; \vec{OJ})$. Placer le point A sur le cercle tel que $\widehat{IOA} = \frac{\pi}{4}$.
- Placer le point B projeté orthogonal du point A sur l'axe des abscisses et le point C projeté orthogonal du point A sur l'axe des ordonnées. Expliquer pourquoi a-t-on $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = OB$ et $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = OC = AB$.
- Démontrer que le triangle OAB est isocèle rectangle en B .
- En déduire la longueur OB .
- En déduire les valeurs de $\cos\frac{\pi}{4}$ et de $\sin\frac{\pi}{4}$.

Exercice 9

Valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$

Dans cet exercice, on cherche à démontrer que $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- Tracer un cercle trigonométrique dans le repère $(\vec{OI}; \vec{OJ})$. Placer le point A sur le cercle tel que $\widehat{IOA} = \frac{\pi}{3}$.
- Placer le point B projeté orthogonal du point A sur l'axe des abscisses et le point C projeté orthogonal du point A sur l'axe des ordonnées. Expliquer pourquoi a-t-on $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = OB$ et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = OC = AB$.
- Démontrer que le triangle OAI est équilatéral.
- En déduire la longueur OB puis la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.
- En se plaçant dans le triangle AOB , calculer la longueur AB puis en déduire la longueur $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$.