Dérivation point de vue local- Cours

– octobre 2025

3 Nombre dérivé

Définition: Fonction dérivable et nombre dérivé

Soit f une fonction définie sur l'intervalle I, et a un réel appartenant à I.

f est **dérivable** si $\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ le taux de variation de f entre a et x se rapproche d'un certain nombre quand x se rapproche de a sans y être égal.

Ce nombre est appelé **nombre dérivé de f en a** et on le note $f'(a)$.

Définition: autre formulation

On reprend les hypothèses de la définition précédente et on note $h = x - a$ l'écart entre a et x.

f est **dérivable** si $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ le taux de variation de f entre a et $a+h$ se rapproche d'un certain nombre quand h tend vers 0.

Ce nombre est appelé **nombre dérivé de f en a** et on le note $f'(a)$.

Exemple:

- Calcul du nombre dérivé de $f(x) = 3x^2$ en $a = 3$

À faire au crayon à papier

- Calcul du nombre dérivé de $f(x) = \frac{1}{x}$ en $a = 1$

À faire au crayon à papier

Remarque : le concept de dérivé a été construit en même temps par deux mathématiciens au XVII siècle : Isaac Newton et Gottfried Wilhelm Leibniz. Newton utilisait une notation proche de celle de la définition précédente ($\dot{f}(a)$). Tandis que Leibniz utilisait une autre notation encore largement utilisée en physique pour désigner le nombre dérivé de f en a :

$$\frac{df}{dx}(a)$$

Remarque :

- En géométrie, quand la fonction f représente une courbe $\mathcal{C}_f$, le nombre dérivé en a est le **coefficient directeur** de la tangente à la courbe au point $A(a, f(a))$.
- En physique, quand la fonction f représente la position, le nombre dérivé en a est la vitesse instantanée au moment a.