Dérivation point de vue local - Plan de travail

1G math – octobre 2025

Savoir-faire de la séquence

- Calculer un taux de variation, la pente d'une sécante.
- Interpréter le nombre dérivé en contexte : pente d'une tangente, vitesse instantanée, coût marginal...
- Déterminer graphiquement un nombre dérivé par la pente de la tangente. Construire la tangente en un point à une courbe représentative connaissant le nombre dérivé.
- Déterminer l'équation de la tangente en un point à la courbe représentative d'une fonction.
- À partir de la définition, calculer le nombre dérivé en un point ou la fonction dérivée de la fonction carré, de la fonction inverse.

1 Taux de variations

☐ Exercice 1: Vitesse moyenne d'une balle .... ☆☆☆☆☆
☐ Exercice 2: Résultats d'une entreprise .... ☆☆☆☆☆
☐ Exercice 3: Taux de variations .... ☆☆☆☆☆

2 Limite du taux

☐ Exercice 4: Tangente .... ☆☆☆☆☆

3 Tangente

☐ Exercice 5: Tracer des tangentes .... ☆☆☆☆☆
☐ Exercice 6: Tracer une courbe .... ☆☆☆☆☆

4 Nombre dérivé

☐ Exercice 7: Calculer une vitesse .... ☆☆☆☆☆
☐ Exercice 8: Calculer un nombre dérivé .... ☆☆☆☆☆

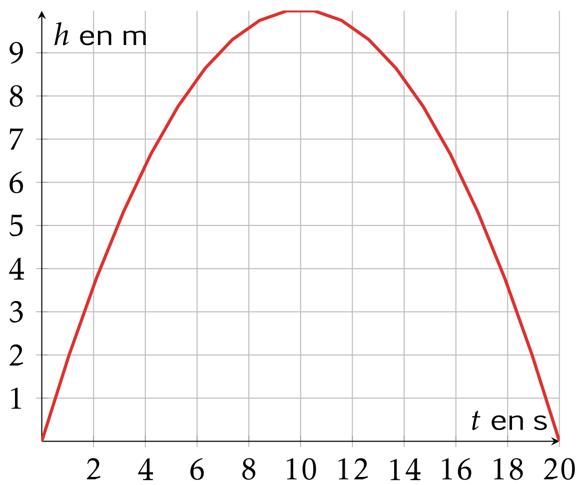
5 Equation de la tangente

☐ Exercice 9: Nombre dérivé graphique et équation tangente .... ☆☆☆☆☆
☐ Exercice 10: Calculer équation tangente .... ☆☆☆☆☆

Exercice 1 — Vitesse moyenne d'une balle

On lance une balle et on décrit la hauteur (h en m) en fonction du temps (t en secondes) dans le graphique ci-contre

1. Quelle est la hauteur de la balle après 5 s ?
2. Calculer la vitesse moyenne verticale entre $t = 0$ et $t = 4$.
3. Calculer la vitesse moyenne verticale entre $t = 2$ et $t = 10$.
4. Même question entre $t = 10$ et $t = 16$.
5. Relier les points de la courbe à l'abscisse $t = 2$ et $t = 10$. Retrouver le résultat de la question 3 par lecture graphique.



Exercice 2 — Résultats d'une entreprise

On souhaite évaluer la situation financière d'une entreprise. Pour cela, nous avons les chiffres d'affaires de quelques années

Année	1980	1995	2000	2008	2020
Chiffre d'affaires (en milliers d'euros)	10	18	29	45	50

1. Tracer un repère et y placer les points pour représenter graphiquement le tableau.
2. Sur quelle période, la progression du chiffre d'affaires a été la plus rapide ? Proposez une réponse grâce à la lecture graphique.
3. Traduire votre méthode graphique en calcul pour proposer un classement des périodes en fonction de la "vitesse de progression" rigoureux.

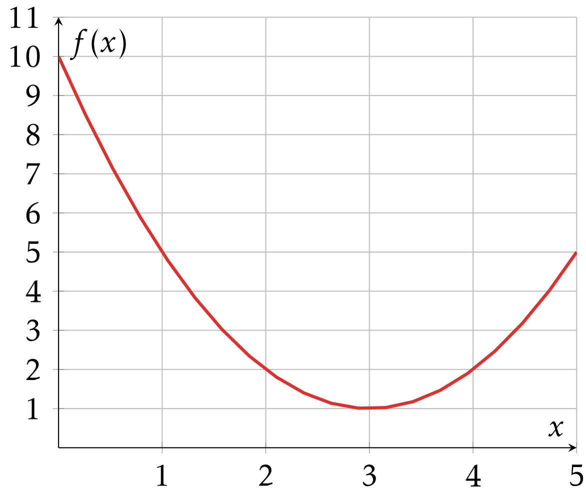
Exercice 3 — Taux de variations

1. Calculer le taux de variation de la fonction $f(x) = 3x + 1$ entre $x = 1$ et $x = 5$.
2. Calculer le taux de variation de la fonction $g(x) = x^2 + x + 1$ entre $x = 5$ et $x = 10$.
3. Calculer le taux de variation de la fonction $h(x) = \dfrac{1}{x}$ entre $x = -1$ et $x = -3$.
4. Calculer le taux de variation de la fonction $s(x) = \sqrt{x}$ entre $x = 1$ et $x = 0.5$.

Exercice 4 — Tangente

Dans cet exercice, nous allons étudier comment se comporte le taux d'accroissement et la corde quand on fixe un point et que l'on fait se rapprocher l'autre point. L'étude de ce comportement mènera au concept de tangente.

1. Pour la fonction $f(x) = (x - 3)^2 + 1$



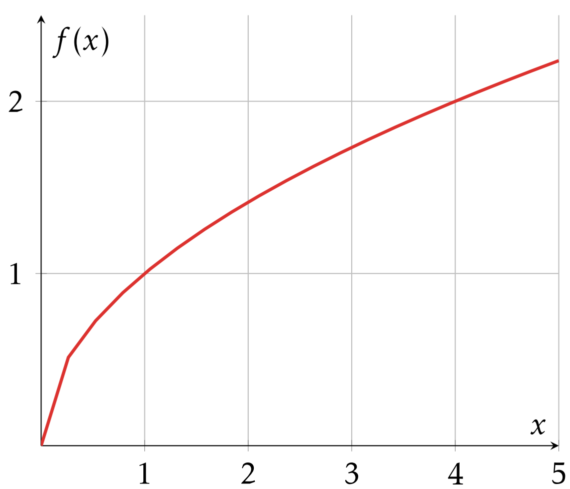
a. On fixe le point A qui est sur la courbe à l'abscisse 1. Repérer ce point sur le graphique. Quelle est la valeur de $f(1)$?

b. Représenter la corde entre A et le point d'abscisse 5. Calculer le taux de variations entre 1 et 5.

c. Représenter la corde entre A et le point d'abscisse 4. Calculer le taux de variations entre 1 et 4.

d. Faire la même chose pour l'abscisse 3, 2 puis 1,5.

2. Pour la fonction $g(x) = \sqrt{x}$



a. On fixe le point A qui est sur la courbe à l'abscisse 1. Repérer ce point sur le graphique. Quelle est la valeur exacte de $f(1)$? $f(2)$?

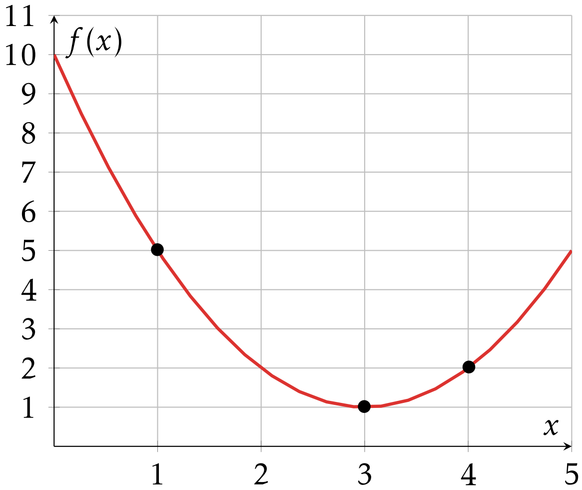
b. Représenter la corde entre A et le point d'abscisse 5. Calculer le taux de variations entre 1 et 5.

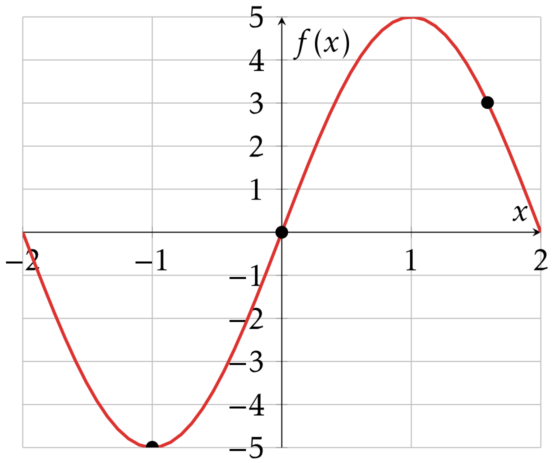
c. Représenter la corde entre A et le point d'abscisse 4. Calculer le taux de variations entre 1 et 4.

d. En gardant le point A comme point de départ, tracer les cordes avec des points qui s'approchent de plus en plus du point A. Déterminer le coefficient directeur de la droite ainsi obtenue.

Exercice 5 — Tracer des tangentes

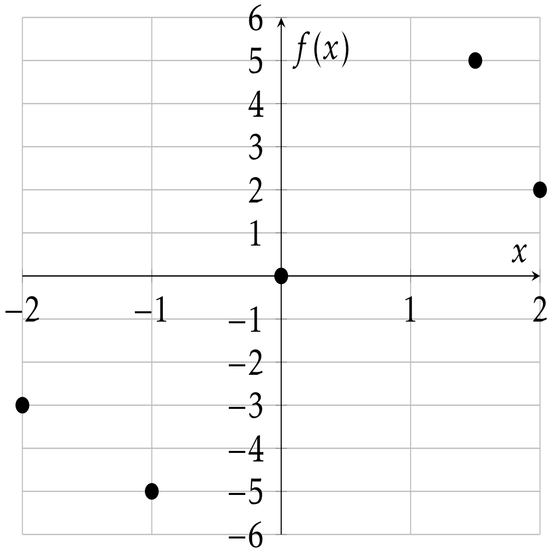
Tracer les tangentes aux points marqués sur les graphiques puis lire graphiquement le coefficient directeur des tangentes.



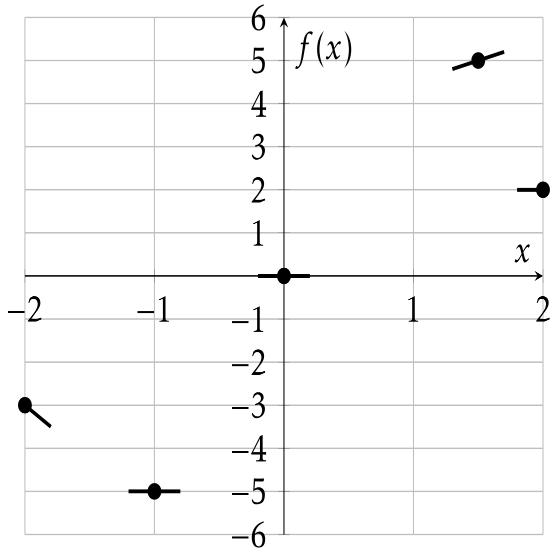


Exercice 6 — Tracer une courbe

1 Tracer une courbe passant par les points.



2 Tracer une courbe passant par les points en respectant les tangentes.



Exercice 7 — Calculer une vitesse

On lance un caillou du haut d'un pont. La distance parcourue par le caillou au bout de t secondes avant de toucher le sol est $d(t) = 4,9t^2$

1 Exprimer le taux de variations de la fonction d entre 2 et $2+h$ où $h \neq 0$ et $h > -2$.

2 Déterminer la vitesse instantanée du caillou au bout de 2 secondes.

3 En reprenant les deux questions précédentes, déterminer la vitesse instantanée du caillou au bout de 10 secondes.

Exercice 8 — Calculer un nombre dérivé

1 Soit $f(x) = x^2$

a. Exprimer le taux de variations de la fonction f entre 1 et $1+h$ où $h \neq 0$

b. Déterminer le nombre dérivé de f en 1.

2 Soit $f(x) = 2x^2 + x$

a. Exprimer le taux de variations de la fonction f entre 1 et $1+h$ où $h \neq 0$

b. Déterminer le nombre dérivé de f en 1.

3 (*) Soit $f(x) = \dfrac{1}{x}$

a. Exprimer le taux de variations de la fonction f entre 2 et $2+h$ où $h \neq 0$

b. Déterminer le nombre dérivé de f en 2.

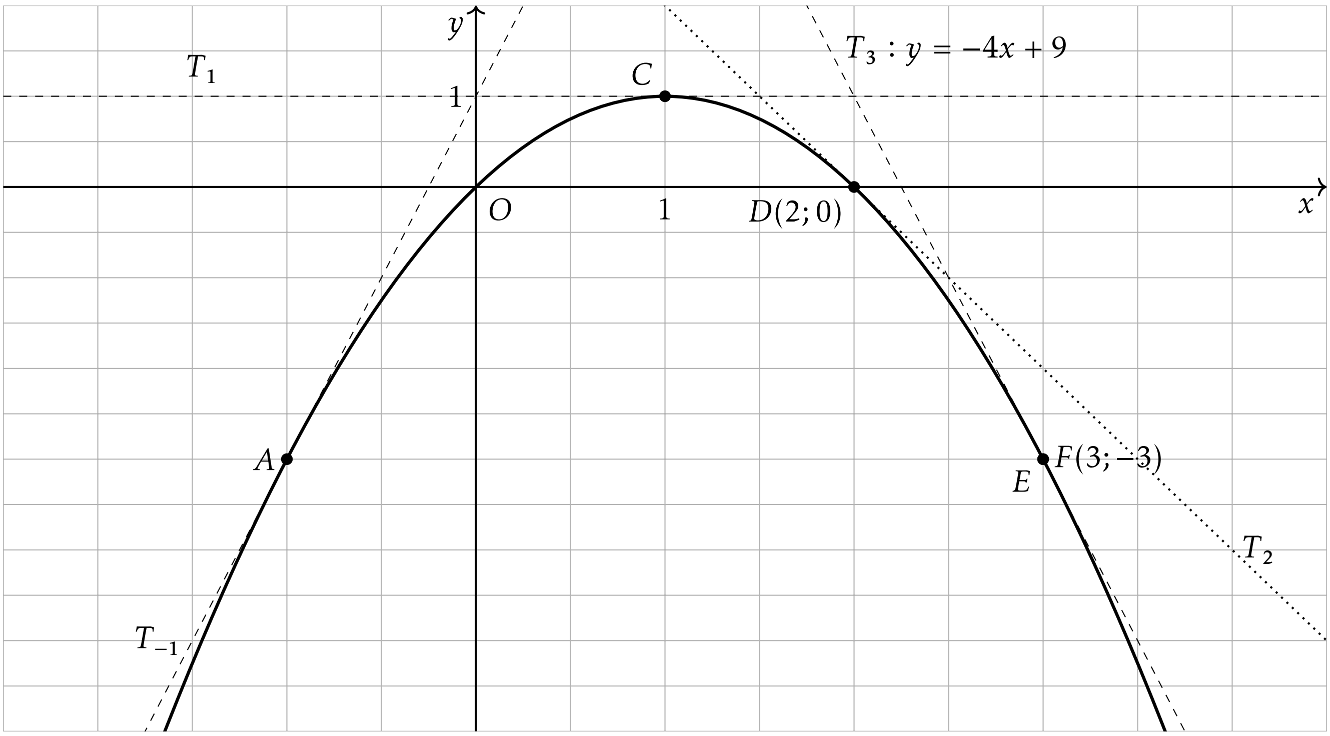
4 (*) Soit la fonction $f : x \mapsto 2x - 1$

a. Démontrer que pour tout réel a et pour tout $h \neq 0$, le taux de variation de f entre a et $a+h$ est égal à 2.

b. En déduire la valeur du nombre dérivé $f'(a)$.

c. Représenter graphiquement la fonction f ainsi que la tangente à la courbe représentative de f au point 1. Que penser du résultat de la question précédente?

Exercice 9 — Nombre dérivé graphique et équation tangente



Sur le graphique ci-dessus, on a représenté la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie sur $[-2;4]$ par $f(x) = -x^2 + 2x$.

On admet que f est dérivable en -1, 0, 1, 2 et 3 et on a tracé les tangentes à $\mathscr{C}_f$:

- T_1 au point $C(1;1)$;
- T_{-1} au point $A(-1;-3)$;
- T_2 au point $D(2;0)$;
- T_3 au point $F(3;-3)$;

1 Avec les éléments présents sur le graphique, déterminer les nombres dérivés $f'(1)$, $f'(-1)$, $f'(2)$ et $f'(3)$ puis les équations réduites des tangentes T_1, T_{-1}, T_2 et T_3.

2 Soit h un réel non nul, vérifier que le taux de variation de f entre 0 et $0+h$ pour tout $h \neq 0$ est égal à $-h+2$.

3 Faire tendre h vers 0 et en déduire le nombre dérivé de f en 0.

4 Représenter graphiquement la tangente T_0 à $\mathscr{C}_f$ au point $O(0;0)$ et déterminer son équation réduite.

Exercice 10 — Calculer équation tangente

1 Soit $f(x) = x^2$

a. Calculer $f(2)$

b. Exprimer le taux de variations de la fonction f entre 2 et $2+h$ où $h \neq 0$

c. Déterminer $f'(2)$

d. Déterminer l'équation de la tangente à f en $x = 2$.

2 Soit $f(x) = 2x^2 + 4$

a. Exprimer le taux de variations de la fonction f entre 0 et $0+h$ où $h \neq 0$

b. Déterminer le nombre dérivé de f en 0.

c. Déterminer l'équation de la tangente à f en $x = 0$.

3 (*) Soit $f(x) = \dfrac{1}{x}$

a. Exprimer le taux de variations de la fonction f entre 1 et $1+h$ où $h \neq 0$

b. Déterminer la valeur de $f'(1)$

c. En déduire l'équation de la tangente à f en $x = 1$.