

Probabilité conditionnelle - Plan de travail

1G math – octobre 2025

Savoir-faire de la séquence



1 Tableau croisé et ensemble

✂ Exercice 1: Mobilités☆☆☆☆☆

2 Probabilité conditionnelle

✂ Exercice 2: Orientation☆☆☆☆☆

✂ Exercice 3: Impression de livres☆☆☆☆☆

✂ Exercice 4: Villes et voitures☆☆☆☆☆

3 Cas pratiques

✂ Exercice 5: Court de tennis☆☆☆☆☆

✂ Exercice 6: Dopage☆☆☆☆☆

✂ Exercice 7: Tests Covid☆☆☆☆☆

Exercice 1 ✂

Mobilités

On a réalisé une enquête dans un lycée où il y a 1 200 élèves.

1. Reproduire et compléter le tableau ci-contre avec les informations suivantes.

- 42.5% des élèves habitent en centre-ville.
- 50% des élèves utilisent les transports en commun et parmi eux, 75% habitent en périphérie.
- 180 utilisent la voiture dont 30 habitent en centre-ville.
- 25% des élèves viennent à pied.
- Parmi les cyclistes, il a trois fois plus d'élèves qui habitent en périphérie qu'en centre-ville.

	Centre-ville	Périphérie	Total
Voiture			
Vélo			
À pied			
Autre			
Total			1 200

2. Avec les notations suivantes, décrire avec une phrase puis calculer l'effectif des ensembles

$$A = \{\text{habite en centre-ville}\} \quad B = \{\text{utilise de vélo}\}$$

$$A \cap B \quad A \cup B \quad \bar{A} \quad \bar{A} \cap B \quad \overline{A \cup B}$$

On a fait une étude sur l'orientation des élèves en filière technologique et on a rassemblé les résultats dans le tableau ci-dessous

	STI2D	STMG	ST2S	total
Garçon	11	10	22	43
Fille	5	20	10	35
total	16	30	32	78

On note les ensembles suivants :

- $G =$ "L'élève est un garçon"
- $F =$ "L'élève est une fille"
- $M =$ "Élève de STMG"
- $D =$ "Élève de STI2D"
- $S =$ "Élève de ST2S"

Calculer les quantités suivantes

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| 1. $P(G \cap S)$ | 3. $P(F \cap D)$ | 5. $P(G \cup M)$ |
| 2. $P_G(S)$ | 4. $P_D(F)$ | 6. $P_F(M)$ |

Exercice 3 

Impression de livres

L'étude de la répartition des livres produits dans une imprimerie donne les résultats suivants

- 60% sont des romans et un quart d'entre eux sont au format de non poche
 - 25% sont des essais et un cinquième d'entre eux sont au format poche
 - le reste est constitué de livres de poésie. Et parmi ceux-là, deux tiers est au format poche.
1. Faire un tableau croisé des effectifs si l'on suppose que l'imprimerie fabrique au total 100 livres.
 2. On choisit un livre au hasard, on note les évènements suivants

$$P = \{\text{le livre est au format poche}\} \quad E = \{\text{le livre est un essai}\}$$

- (a) Calculer la probabilité des évènements E et P .
 - (b) Décrire avec une phrase puis calculer la probabilité de l'évènement $E \cap P$
 - (c) Décrire avec une phrase puis calculer la probabilité de l'évènement \bar{E}
3. Calculer la quantité $P_E(P)$ et interpréter le résultat.
 4. Traduire en termes de probabilité la phrase "20% des essais sont au format poche".

Exercice 4 

Villes et voitures

Dans une ville A, 30 % des habitants n'ont pas de voiture, contre 10 % dans la ville B voisine et 16 % dans la ville C. Or les habitants de A représentent 12 % de cette agglomération, les habitants de la ville B en représentent 38 % et ceux de C en représentent 50 %.

On interroge un habitant de l'agglomération au hasard. Quelle est la probabilité qu'il vienne de la ville A et qu'il n'ait pas de voiture ? Même question pour les habitants de la ville B et C.

Exercice 5 

Court de tennis

Un club de tennis a effectué une étude statistique de l'occupation de ses terrains. Les résultats sont les suivants

- Lorsque l'heure est dite creuse, 20% des terrains sont occupés.
- Lorsque l'heure est dite pleine, 90% des terrains sont occupés.

Le club avait décidé que 70% des heures d'ouvertures seraient pleines.

1. Les terrains sont ouverts tous les jours de la semaine de 11h à 21h. Combien d'heures le club propose-t-il d'heures d'ouverture sur une semaine?
 2. Faire le tableau des effectifs croisé correspondant à la situation.
- Dans la suite, on note $C = \{\text{heure creuse}\}$ et $O = \{\text{terrain occupé}\}$
3. Calculer puis interpréter $P(C)$ et $P(O)$
 4. Calculer puis interpréter $P(C \cap O)$ et $P_O(C)$
 5. Dans le but d'inciter ses clients de venir aux heures creuses. Le club a établi un tarif préférentiel. Une heure pleine coûte 10€ tandis qu'une heure creuse coûte 6€. Calculer la somme que peut espérer rapporter au club un terrain en une semaine.

Exercice 6

Dopage

Lors d'un contrôle anti-dopage, les sportifs peuvent être déclarés positifs (qu'ils le soient ou pas) ou négatifs (qu'ils le soient ou pas). Les études pharmaceutiques du test anti-dopage ont montré que

- 95% des sportifs dopés sont déclarés positifs.
- 10% des sportifs non dopés sont déclarés positifs.

1. Que signifie dans cette situation que "le comité a fait une erreur"? Quels sont les deux erreurs possibles?

On fait un test sur 50 personnes. On ne connaît pas le nombre de sportifs dopés. On voudrait le déterminer, on le note alors n .

2. Établir un tableau croisé des effectifs qui correspond à la situation.
3. Montrer que la probabilité qu'un sportif ayant été déclaré positif soit réellement dopé est de

$$P_{\text{Positif}}(\text{Dopé}) = \frac{0.95n}{5 + 0.85n}$$

4. Résoudre l'équation $P_{\text{Positif}}(\text{Dopé}) > 0.95$ puis interpréter le résultat.

Exercice 7

Tests Covid

En 2020, on pouvait lire l'article suivant dans le monde.

Dans la suite on note $P = \text{"test positif"}$ et $I = \text{"patient infecté"}$.

1. Chercher dans l'article les valeurs de la sensibilité et de la spécificité du test Covid. Puis traduire ces valeurs en terme de probabilités.
2. On se place dans le premier cas où 1% de la population est infecté.

- (a) On étudie une population de 1000 individus. Compléter le tableau suivant
- (b) Calculer la probabilité que parmi les testés positifs, le patient soit réellement infecté.
- (c) Calculer la probabilité que parmi les testés négatifs, le patient soit infecté.

	infecté	non infecté	total
Test positif			
Test négatif			
total			1000

3. Mêmes questions pour le cas où 10% de la population est infectée.
4. Mêmes questions pour le cas où 30% de la population est infectée.
5. Que pensez-vous de ces tests?

LES SURPRISES STATISTIQUES DES TESTS DE DÉPISTAGE DU COVID-19

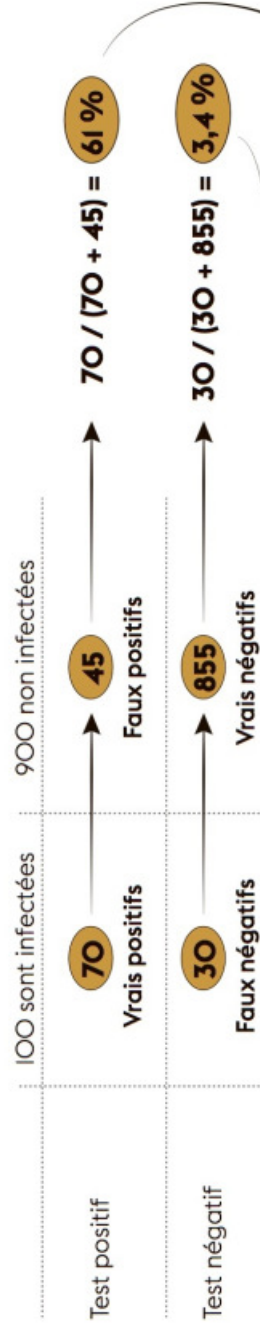
COMMENT CALCULER UN RISQUE APRÈS UN TEST

Trois populations ont a priori **1 %** ou **10 %** ou **30 %** de risque d'être infectées

Critères de fiabilité d'un test

Sensibilité : 70 % (proportion d'infectés positifs, dits « vrais positifs »)
 Spécificité : 95 % (proportion de sains négatifs, dits « vrais négatifs »)

Sur 1 000 personnes d'une population modérément à risque (10 %)



Je suis négatif, j'ai statistiquement...

... 0,3 % de risque d'être infecté

... 3,4 % de risque d'être infecté

... 12 % de risque d'être infecté

Je suis positif, j'ai statistiquement...

... 12 % de risque d'être infecté

... 61 % de risque d'être infecté

... 86 % de risque d'être infecté

Savoir si l'on a un risque d'être infecté après un test dépend notamment de la qualité du test (sa capacité à identifier les vrais positifs ou négatifs), mais aussi du risque estimé d'être infecté : région plus ou moins à risque, présence de symptômes...
 Pour un risque individuel modéré de 10 %, dans l'exemple où 1 000 personnes passent un test, il y aura 70 (= 1 000 x 10 %) vrais positifs et 45 (= 900 - (900 x 95 %)) faux positifs. Soit 61 % de risque (= 70 / (70 + 45)) seulement que l'on soit infecté malgré un test positif. Et 3,4 %, après un test négatif, de risque d'être infecté.

INFOGRAPHIE : PHILIPPE DA SILVA

SOURCE : LE MONDE

Un test de dépistage a beau être excellent, les statistiques peuvent brouiller son message et aboutir parfois à des situations paradoxales (quelles que soient les maladies). Ainsi, une personne positive peut n'avoir qu'une

chance sur deux, voire seulement quelques pourcents de chance, d'être en réalité infectée. Le diagnostic final dépend donc non seulement des facteurs jouant sur la qualité du dépistage (fiabilité des tests, difficulté du prélèvement, moment du test...), mais aussi de la probabilité individuelle d'être malade a priori : présence de symptômes, métier plus ou moins à risque, région d'origine... Les médecins, pour les aider à interpréter ces résultats, dispo-

sent de tables « corrigeant » la réponse d'un test en fonction des probabilités d'être malade. Ainsi, même à un patient négatif, il peut être conseillé de s'isoler ou de refaire un test. ■

DAVID LAROUSSE