Fonction dérivée - Cours

– décembre 2025

2 Lien entre sens de variations et signe de la dérivée

Connaître la dérivée et étudier son signe permet de connaître les variations de la fonction.

Propriété: Variations

Soit f une fonction monotone et dérivable sur un interval I

- f est croissante sur I si et seulement si pour tout $x \in I$ $\quad f'(x) \cdots 0$
- f est décroissante sur I si et seulement si pour tout $x \in I$ $\quad f'(x) \cdots 0$
- f est constante sur I si et seulement si pour tout $x \in I$ $\quad f'(x) \cdots 0$

Définition: Extremum

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- f admet un **maximum local** en a s'il existe un intervalle J inclus dans I tel que pour tout $x \in J$ on a $f(x) < f(a)$.
- f admet un **maximum global** en a si pour tout $x \in I$ on a $f(x) < f(a)$.
- f admet un **minimum local** en a s'il existe un intervalle J inclus dans I tel que pour tout $x \in J$ on a $f(x) > f(a)$.
- f admet un **minimum global** en a si pour tout $x \in I$ on a $f(x) > f(a)$.

Propriété: Extremum local

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et a un réel de I qui n'est pas l'une des bornes de I.
Si f atteint un **extremum local** en a alors $f'(a) = 0$.

Plan d'étude de variations d'une fonction L'étude des variations d'une fonction se fera alors en suivant les étapes suivantes

1. Dériver la fonction $f(x)$ pour connaître $f'(x)$
2. Étudier le signe de $f'(x)$ en résolvant l'inéquation $f'(x) > 0$
3. Reporter le signe de $f'(x)$ dans un tableau de signe.
4. Déduire les variations de $f(x)$ grace à la propriété précédente.

Exemple: étudier les variations et les extremums de $f(x) = 3x^2 - 15x + 10$.

À faire au crayon à papier

Suivre le plan pour étudier les variations de f