Fonction dérivée - Plan de travail

1G math – décembre 2025

Savoir-faire de la séquence

- À partir de la définition, calculer le nombre dérivé en un point ou la fonction dérivée de la fonction carré, de la fonction inverse.
- Dans des cas simples, calculer une fonction dérivée en utilisant les propriétés des opérations sur les fonctions dérivables.
- Étudier les variations d'une fonction. Déterminer les extremums.
- Résoudre un problème d'optimisation.

1 Fonction dérivée

- ☐ Exercice 1: Fonction dérivée .... ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 2: Fonctions dérivées .... ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 3: Dériver des fonctions .... ☆☆☆☆☆

2 Variations et dérivée

- ☐ Exercice 4: Etude graphique .... ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 5: Etude de fonctions .... ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 6: Objets connectés .... ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 7: Optimisation du chiffre d'affaires .... ☆☆☆☆☆

3 Fonction inverse, racine carré et valeur absolue

- ☐ Exercice 8: Dérivation de la fonction inverse .... ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 9: Dérivation de la fonction racine carré .... ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 10: Dérivation de la fonction valeur absolue .... ☆☆☆☆☆

Exercice 1 — Fonction dérivée

On souhaite étudier les nombres dérivées de la fonction $f(x) = 3x^2$

1. Compléter le tableau suivant

Abscisse (x)	-3	-2	-1	0	1	2	3
Image							
Nombre dérivé							

2. Représenter graphiquement la fonction $f(x)$ en plaçant les points puis les tangentes et enfin en reliant correctement les points.
3. Conjecturer un calcul qui permet de passer de l'abscisse au nombre dérivée sans avoir à calculer le taux de variations.
4. Soit $x \in \mathbb{R}$ et $h \neq 0$, calculer le taux de variations entre x et $x + h$ et démontrer votre conjecture.

Exercice 2 — Fonctions dérivées

Soit a un nombre réel.

1. Soit $f(x) = a$, calculer le taux de variation de $f(x)$ entre x et $x+h$ et en déduire le nombre dérivé de $f(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
2. Soit $g(x) = ax$, calculer le taux de variation de $f(x)$ entre x et $x+h$ et en déduire le nombre dérivé de $f(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
3. Soit $h(x) = ax^2$, calculer le taux de variation de $f(x)$ entre x et $x+h$ et en déduire le nombre dérivé de $f(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

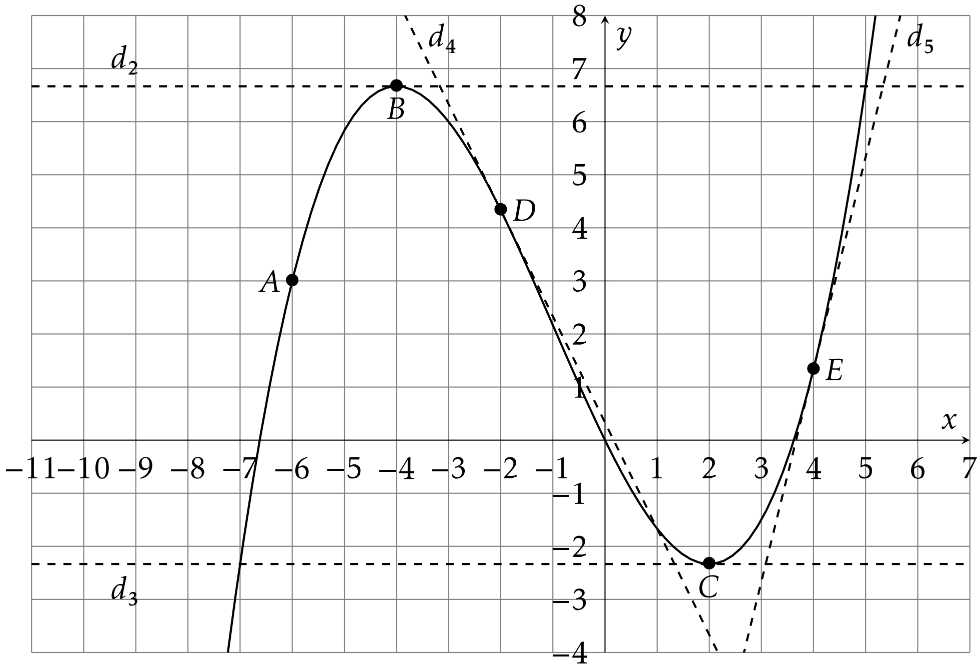
Exercice 3 — Dériver des fonctions

Calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

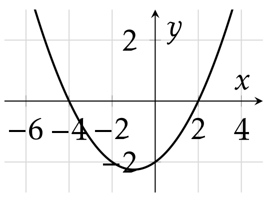
1. $f(x) = 3x^2 + 5x - 7$
2. $g(x) = -2x^2 + 8x + 1$
3. $h(x) = x^3 - 4x^2 + 2x - 9$
4. $i(x) = 5x^3 + 3x^2 - x + 6$
5. $j(x) = -x^3 + 2x^2 - 5$
6. $k(x) = 4x^2 - 12x$
7. $l(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$
8. $m(x) = -3x^3 + 6x - 2$

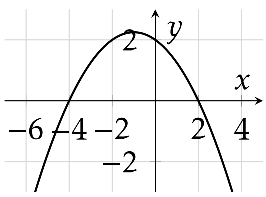
Exercice 4 — Etude graphique

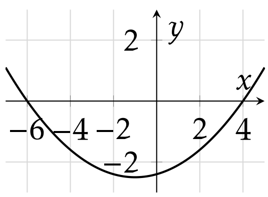
Sur la figure ci-dessous, on a tracé la courbe représentative, $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ ainsi que les droites d_2, d_3, d_4 et d_5 tangentes à $\mathcal{C}_f$ en$B$, D, C et E.



1. Tracer la droite d_1 tangente à la courbe au point A et calculer sont équation.
2. Lire graphiquement $f'(-6)$,$f'(-4)$,$f'(-2)$,$f'(2)$ et $f'(4)$.
3. Quelle conjecture peut-on faire entre le signe du nombre dérivé et la croissance de la courbe autour du point?
4. Conjecturer le signe de la fonction dérivée $f'(x)$ pour $x \in]-\infty\,; -4]$
5. Parmi les 3 courbes ci-dessous, déterminer cette qui représente f'. Justifier.







Exercice 5 — Etude de fonctions

Pour les fonctions ci-contre, suivre les consignes suivantes

1. Dériver la fonction
2. Étudier le signe de la fonction dérivée
3. En déduire les variations de la fonction
4. Identifier un extremum de la fonction
5. Vérifier son résultat avec la calculatrice ou avec les valeurs de α et β

- $f(x) = 3x^2 - 12x + 10$
- $g(x) = -5x^2 + 10x - 1$
- $h(x) = -x^2 - 12x - 2$

Exercice 6 — Objets connectés

Une entreprise fabrique et vend des objets connectés. Le bénéfice mensuel (en milliers d'euros) réalisé pour la production de x centaines d'objets est modélisé par la fonction pour $x \in [0\,;10]$.

$$B(x) = -2x^2 + 16x - 10$$

1. Calculer $B(0)$ et $B(10)$.
2. Calculer la dérivée $B'(x)$ de la fonction B.
3. Étudier le signe de $B'(x)$ et dresser le tableau de signes.
4. En déduire le tableau de variations de B sur $[0\,;10]$.
5. Déterminer le nombre d'objets à produire pour maximiser le bénéfice mensuel.

Exercice 7 — Optimisation du chiffre d'affaires

Une boutique en ligne vend des casques audio. Le chiffre d'affaires mensuel (en milliers d'euros) en fonction du prix de vente p (en euros) d'un casque est modélisé par la fonction pour $p \in [20\,;100]$.

$$C(p) = -0.5p^2 + 50p - 800$$

1. Calculer $C(20)$ et $C(100)$.
2. Calculer la dérivée $C'(p)$ de la fonction C.
3. Étudier le signe de $C'(p)$ et dresser le tableau de signes.
4. En déduire le tableau de variations de C sur $[20\,;100]$.
5. Quel prix de vente permet de maximiser le chiffre d'affaires mensuel ?

Exercice 8 — Dérivation de la fonction inverse

Soit $f(x) = \dfrac{1}{x}$ la fonction inverse.

1. Tracer l'allure de la fonction inverse et préciser son domaine de définition.
2. Soit x dans le domaine de définition de la fonction inverse, et h suffisamment petit calculer le taux de variation de f entre x et $x+h$.
3. En déduire la fonction dérivée de la fonction inverse.

Exercice 9 — Dérivation de la fonction racine carré

Soit $f(x) = \sqrt{x}$ la fonction racine carré.

1. Tracer l'allure de la fonction racine carré et préciser son domaine de définition.
2. Soit x dans le domaine de définition de la fonction racine carré, et h suffisamment petit calculer le taux de variation de f entre x et $x+h$.
3. En déduire la fonction dérivée de la fonction racine carré.
4. Cette fonction n'est pas définie pour une valeur du domaine de définition de f, laquelle?

Exercice 10 Dérivation de la fonction valeur absolue

Soit $f(x) = \mid x \mid$ la fonction racine carré.

1 Tracer l'allure de la fonction racine carré et préciser son domaine de définition.

2 On suppose que $x > 0$
  a. Pour tout h suffisamment proche de 0 pour que x+h soit positif, calculer le taux de variation de f entre x et $x+h$.
  b. En déduire la fonction dérivée de la fonction valeur absolue quand x est strictement positif.

3 On suppose que $x < 0$
  a. Pour tout h suffisamment proche de 0 pour que x+h soit négatif, calculer le taux de variation de f entre x et $x+h$.
  b. En déduire la fonction dérivée de la fonction valeur absolue quand x est strictement négatif.

4 On suppose que $x = 0$
  a. Pour tout h positif, calculer le taux de variation de f entre x et $x+h$.
  b. Pour tout h négatif, calculer le taux de variation de f entre x et $x+h$.
  c. Peut-on donner une valeur à $f'(x)$? Quel est le domaine de dérivation de la valeur absolue?