

Fonction exponentielle - Représentations graphiques

- février 2026

2 Dérivation de fonctions exponentielles

2.1 Formule générale

Propriété: Dérivée de $\exp(ax + b)$

Soient a et b deux réels avec $a \neq 0$.

La fonction $g(x) = \exp(ax + b)$ est dérivable sur \mathbb{R} et sa dérivée est :

$$g'(x) = a \times \exp(ax + b)$$

Exemples:

- $f(x) = \exp(3x)$

$$f'(x) = \dots$$

- $f(x) = \exp(-5x + 10)$

$$f'(x) = \dots$$

À faire au crayon à papier

calculer les dérivées

3 Croissance exponentielle

Définition: Croissance exponentielle

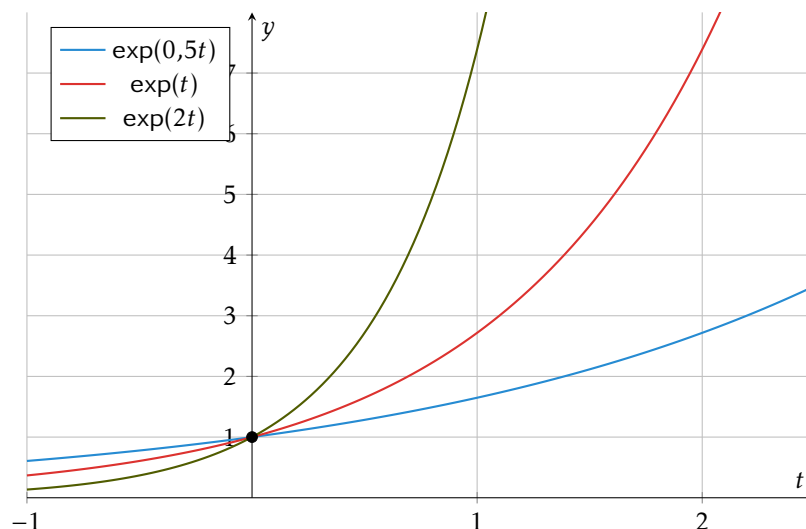
Soit k un réel strictement positif.

Une fonction de la forme $t \mapsto \exp(kt)$ modélise une **croissance exponentielle**.

Propriété: Fonctions exponentielles croissantes

Pour $k > 0$, la fonction $f(t) = \exp(kt)$ vérifie :

- **Dérivée** : $f'(t) = k \times \exp(kt)$ et donc $f'(t) = k \times f(t)$
- **Sens de variation** : Strictement croissante sur \mathbb{R} (car $f'(t) > 0$)
- **Point de passage** : $f(0) = \exp(0) = 1$
- **Représentation graphique** : plus k est grand plus la fonction est croissante



Remarque: Le fait que $\frac{f'(t)}{f(t)} = k$ signifie que la vitesse de croissance est proportionnelle à la quantité présente.

C'est la caractéristique fondamentale des phénomènes exponentiels : plus il y a de population, plus elle croît vite ; plus il y a de capital, plus il rapporte d'intérêts.

4 Décroissance exponentielle

Définition: Décroissance exponentielle

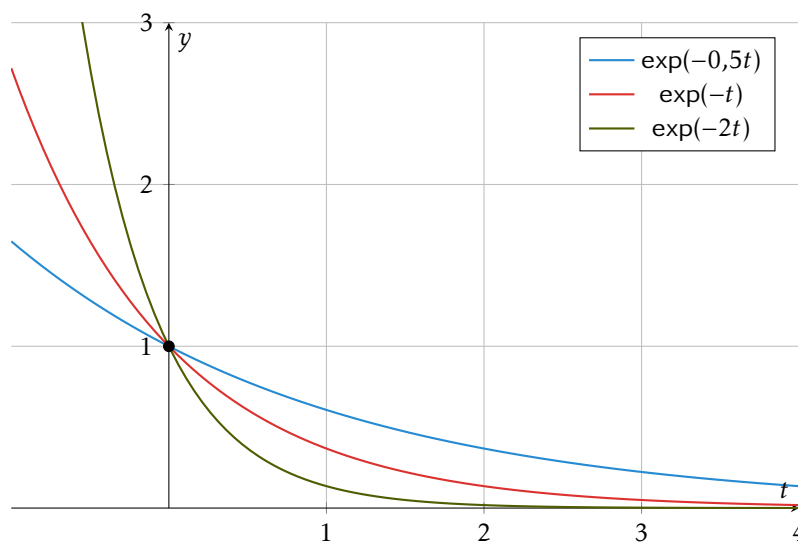
Soit k un réel strictement positif.

Une fonction de la forme $t \mapsto \exp(-kt)$ modélise une **décroissance exponentielle**.

Propriété: Fonctions exponentielles décroissantes

Pour $k > 0$, la fonction $f(t) = \exp(-kt)$ vérifie :

- **Dérivée :** $f'(t) = -k \times \exp(-kt)$ et donc $f'(t) = -k \times f(t)$
- **Sens de variation :** Strictement décroissante sur \mathbb{R} (car $f'(t) < 0$)
- **Point de passage :** $f(0) = \exp(0) = 1$
- **Représentation graphique :** plus k est grand plus la décroissance est rapide



Remarque: Le fait que $\frac{f'(t)}{f(t)} = -k$ signifie que la vitesse de décroissance est proportionnelle à la quantité présente.

C'est la caractéristique fondamentale des phénomènes de désintégration : radioactivité, refroidissement, élimination d'un médicament dans le sang.