Variables aléatoires - Cours

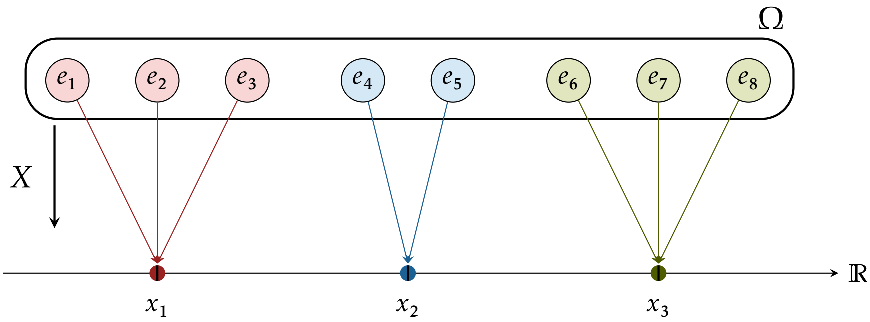
– avril 2026

1 Variable aléatoire et loi de probabilité

Définition: Variable aléatoire et loi de probabilité

Soit $\Omega = \{e_1, e_2, \dots, e_p, \dots, e_m\}$ **l'ensemble fini** décrivant l'univers d'une expérience aléatoire et P une loi de probabilité sur Ω.

À chaque issue on associe un nombre, on définit ainsi une fonction X de Ω dans $\mathbb{R}$ appelée **variable aléatoire**.
On note $X(\Omega) = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n\}$ avec $n \leqslant m$ l'ensemble de ces nombres appelé **support** de X.



$X(\Omega) = \{x_1,\ x_2,\ x_3\}$

Définir la **loi de probabilité** de la variable aléatoire X, c'est associer à chaque valeur x_i le nombre $p_i = P(X = x_i)$ qui est la probabilité de l'événement $\{X = x_i\}$ constitué des issues auxquelles x_i est associée.

valeur k	x_1	$\dots$	x_i	$\dots$	x_n
probabilité $P(X = k)$	p_1	$\dots$	p_i	$\dots$	p_n

Exemple

On tire au hasard un domino parmi les 28 pièces d'un jeu de domino. On applique la règle suivante : "on obtient 10 points si on tire un double, 5 points si l'écart est de 1 et 0 sinon ".
On définit la variable aléatoire X qui associe à chaque domino tiré le nombre de points obtenus.

À faire au crayon à papier

Tracer le tableau représentant la loi de probabilité de X

Propriété:

Soit X une variable aléatoire réelle définie sur l'univers fini Ω d'une expérience aléatoire munie d'une loi de probabilité P.

On note $X(\Omega) = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n\}$ le support de X.

On a :

$$P(X = x_1) + P(X = x_2) + \dots + P(X = x_n) = 1$$

Définition: Événements liés à une variable aléatoire

Soit X une variable aléatoire réelle définie sur l'univers fini Ω d'une expérience aléatoire munie d'une loi de probabilité P. Soit a une des valeurs prises par X.

- On note $\{X = a\}$ l'ensemble des issues ω de Ω telles que $X(\omega) = a$.
  On note $P(X = a)$ la probabilité de l'événement $\{X = a\}$.
- On note $\{X \leqslant a\}$ l'ensemble des issues ω de Ω telles que $X(\omega) \leqslant a$.
  On note $P(X \leqslant a)$ la probabilité de l'événement $\{X \leqslant a\}$.

- On note $\{X \geqslant a\}$ l'ensemble des issues ω de Ω telles que $X(\omega) \geqslant a$.
  On note $P(X \geqslant a)$ la probabilité de l'événement $\{X \geqslant a\}$.

Exemple
En reprenant l'exemple précédant, préciser les issues associées aux évènements et calculer les probabilités

1 $P(X = 0) =$

2 $P(X \geq 5) =$