

Variables aléatoires - Espérance

– avril 2026

1 Espérance d'une variable aléatoire

Définition: Espérance d'une variable aléatoire

Soit X une variable aléatoire réelle dont la loi de probabilité est donnée par le tableau :

valeur k	x_1	...	x_i	...	x_n
probabilité $P(X = k)$	p_1	...	p_i	...	p_n

L'espérance de X , notée $E[X]$, est le nombre :

$$E[X] = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n \quad \text{c'est-à-dire} \quad E[X] = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

Exemple

On reprend l'expérience du tirage d'un domino : on obtient 10 points si on tire un double, 5 points si l'écart est de 1, et 0 sinon.

À faire au crayon à papier

Calculer $E[X]$.

Propriété: Interprétation de l'espérance

L'espérance $E[X]$ représente la **valeur moyenne** que prend X sur un grand nombre d'expériences : si l'on répète l'expérience aléatoire un grand nombre de fois, la moyenne des valeurs obtenues se rapproche de $E[X]$.

Exemple

Cela signifie que si l'on tire un très grand nombre de dominos disons 1000, le gain moyen par tirage tend vers points.

Ce qui fera un total de

Propriété: Linéarité de l'espérance

Soit X une variable aléatoire et a, b deux réels. Alors :

$$E[aX + b] = a \cdot E[X] + b$$

Exemple

Dans l'exemple du domino, on décide de doubler les points et d'ajouter un bonus de 2 points. Le gain devient $Y = 2X + 2$.

À faire au crayon à papier

calculer l'espérance de Y