

VARIABLES ALÉATOIRES - Variance et écart-type

– avril 2026

3 Variance et écart-type d'une variable aléatoire

Définition: Variance et écart-type

Soit X une variable aléatoire d'espérance $E[X]$.

La variance de X , notée $V(X)$, mesure la dispersion des valeurs de X autour de $E[X]$:

$$V(X) = E[(X - E[X])^2] \quad \text{c'est-à-dire} \quad V(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E[X])^2 \cdot p_i$$

L'écart-type de X , noté $\sigma(X)$, est la racine carrée de la variance :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Exemple

On reprend l'expérience du tirage d'un domino : on obtient 10 points si on tire un double, 5 points si l'écart est de 1, et 0 sinon. On a établi que $E[X] = \dots$

| | | | |
|--|-----------------|----------------|----------------|
| valeur x_i | 0 | 5 | 10 |
| probabilité $P(X = x_i)$ | $\frac{15}{28}$ | $\frac{6}{28}$ | $\frac{7}{28}$ |
| écart à la moyenne au carré $(x_i - E[X])^2$ | | | |

À faire au crayon à papier

Calculer $V(X)$ et $\sigma(X)$.

Propriété: Variance d'une transformation affine

Soit X une variable aléatoire et a, b deux réels. Alors :

$$V(aX + b) = a^2 \cdot V(X) \quad \text{et} \quad \sigma(aX + b) = |a| \cdot \sigma(X)$$

Remarque : ajouter une constante b ne modifie pas la dispersion.

Exemple

Dans l'exemple du domino, on pose $Y = 2X + 2$.

À faire au crayon à papier

Calculer $V(Y)$ et $\sigma(Y)$ à partir de $V(X)$.