Suite somme et variations - Cours

– mai 2026

1 Variation d'une suite

Définition: Variation d'une suite

Soit (u_n) une suite numérique.

- (u_n) est **croissante** ssi pour tout $n \in \mathbb{N}$ $\quad u_{n+1} \geq u_n$
- (u_n) est **décroissante** ssi pour tout $n \in \mathbb{N}$ $\quad u_{n+1} \leq u_n$
- (u_n) est **constante** ssi pour tout $n \in \mathbb{N}$ $\quad u_{n+1} = u_n$

Méthodes

- Si la suite est définie explicitement c'est à dire $u_n = f(n)$ alors (u_n) a les mêmes variations que $f(x)$ pour $x \in \mathbb{R}^+$

  Exemple : Soit $u_n = n^2 + 1$. Cette suite est de la forme $u_n = f(n)$ avec $f(x) = x^2 + 1$. On va donc étudier les variations de f

- Si l'expression de u_n contient essentiellement des additions ou des soustractions. Alors on étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$.

  Exemple: Soit $u_{n+1} = u_n^2 + u_n + 10$.

- Si l'expression de u_n contient essentiellement des multiplication ou des divisions et que u_n n'est **jamais nulle**. Alors on compare $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ et 1.

  Exemple: Soit $u_n = 5^n \times n$, donc $u_{n+1} = 5^{n+1} \times (n+1)$

À faire au crayon à papier

Propriété: Variation des suites arithmétiques et géométriques

- **Suite arithmétique** de raison r :
  - si $r > 0$ alors (u_n) est **croissante**
  - si $r < 0$ alors (u_n) est **décroissante**
  - si $r = 0$ alors (u_n) est **constante**
- **Suite géométrique** de raison $q > 0$ et de premier terme $u_0 > 0$:
  - si $q > 1$ alors (u_n) est **croissante**
  - si $0 < q < 1$ alors (u_n) est **décroissante**
  - si $q = 1$ alors (u_n) est **constante**