

# Suite somme et variations - Plan de travail

1G math – mai 2026

Savoir-faire de la séquence



## 1 Variations

- Q** Exercice 1: Variations des suites arithmétiques et géométriques .....☆☆☆☆☆
- X** Exercice 2: Variations des suites - avec une différence .....☆☆☆☆☆
- X** Exercice 3: Variations des suites - avec un quotient .....☆☆☆☆☆
- X** Exercice 4: Variations des suites .....☆☆☆☆☆

## 2 Sommes

- Q** Exercice 5: Le petit Gauss .....☆☆☆☆☆
- X** Exercice 6: Somme d'une suite arithmétique et géométrique .....☆☆☆☆☆
- X** Exercice 7: Enchaîner les sommes .....☆☆☆☆☆
- X** Exercice 8: Mégot de cigarettes .....☆☆☆☆☆
- X** Exercice 9: Contrat d'entretien .....☆☆☆☆☆

## 3 Limites

- X** Exercice 10: Pile de livres .....☆☆☆☆☆
- X** Exercice 11: Ricochets .....☆☆☆☆☆
- X** Exercice 12: Consommation de cigarettes .....☆☆☆☆☆
- X** Exercice 13: Mégot de cigarettes .....☆☆☆☆☆

## 4 Exercices types

- X** Exercice 14: Porte-monnaie .....☆☆☆☆☆

Légende: **Q**: pour découvrir quelque chose    **👥**: à faire en groupe    **X**: pour s'entraîner

### Exercice 1 **Q** \_\_\_\_\_ Variations des suites arithmétiques et géométriques

- Soit  $(u_n)$  une suite **arithmétique**.
  - A quelle conditions sur  $r$  et  $u_0$  la suite est croissante? Décroissante?
  - Rappeler la formule explicite de  $u_n$
  - En calculant  $u_{n+1} - u_n$ , démontrer votre conjecture.
- Soit  $(u_n)$  une suite **géométrique**. A quelle conditions sur  $q$  et  $u_0$  la suite est croissante? Décroissante?

### Exercice 2 **X** \_\_\_\_\_ Variations des suites - avec une différence

En étudiant le signe de  $u_{n+1} - u_n$ , étudier le sens de variation des suites suivantes

1  $u_n = (n + 1)^2$

2  $u_n = \frac{4}{n+1}$

**Exercice 3**  Variations des suites - avec un quotient

En comparant  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  avec 1, étudier le sens de variation des suites suivantes

1  $u_n = \frac{2^n}{5^{n+1}}$

2  $u_n = \frac{2^n}{n+1}$

**Exercice 4**  Variations des suites

Étudier les variations des suivantes

1  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 3$  et  $u_{n+1} = u_n + \sqrt{n}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$

2  $(v_n)$  définie par  $v_0 = 3$  et  $v_{n+1} = \frac{3}{v_n}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$

**Exercice 5**  Le petit Gauss

Dans les années 1780, afin d'occuper sa classe et de se reposer un peu, un instituteur avait demandé à ses élèves de calculer la somme  $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$ .

Mais quelques secondes plus tard, alors que le reste de la classe commençait à peine à réfléchir, l'un des élèves avait prétendu avoir la réponse : le petit Gauss, alors âgé d'une dizaine d'années.

Sauriez-vous faire aussi bien ?

**Exercice 6**  Somme d'une suite arithmétique et géométrique

1 Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = -2$  et de raison  $r = 4$ .  
Calculer la somme  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$ .

2 Soit  $(u_n)$  une suite géométrique de premier terme  $u_0 = \frac{1}{2}$  et de raison  $q = 3$ .  
Calculer la somme des 10 premiers termes.

**Exercice 7**  Enchaîner les sommes

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison  $-3$  et de premier terme  $u_0 = 4$ .

1 Calculer la somme  $u_0 + u_1 + \dots + u_{40}$ .

2 Calculer la somme des 20 premiers termes.

3 En déduire la valeur de la somme  $u_{20} + u_{21} + \dots + u_{40}$ .

**Exercice 8**  Mégot de cigarettes

Pour rendre sa ville plus agréable et lutter contre les mégots jetés par terre. Le maire d'une commune dépose un arrêté prévoyant une amende de 160€ en cas de flagrant délit. Cette mesure est sensé faire diminuer le nombre de mégots jetés par terre de 15% par an. Il était temps, en 2019, les agents publics en avait ramassé 20 000.

1 On note  $(u_n)$  la suite modélisant le nombre de mégots jeté par terre en 1 an à partir de l'année 2019. Décrire la suite  $(u_n)$ .

2 Combien d'années faudra-t-il attendre pour que le nombre de mégots jetés par an passent en dessous de 100.

3 Combien de mégots auront été alors jeté depuis la mise en place de l'arrêté?

## Exercice 9

## Contrat d'entretien

Monsieur Eliot a le projet de souscrire à un contrat d'entretien pour sa chaudière à partir de janvier 2027. Il contacte deux entreprises qui lui proposent les contrats suivants

- **Contrat Chauffeco:** contrat sur 10 ans, avec un versement de 150€ la première année puis une augmentation des versements de 3,25€ tous les ans jusqu'à la fin du contrat.
- **Contrat Chauffmax:** contrat sur 10 ans, avec un versement de 150€ la première année puis une augmentation des versements de 2% par an jusqu'à la fin du contrat.

- 1 Modéliser par deux suites les versements de chaque contrat. Préciser la nature et les paramètres des suites.
- 2 Calculer la valeur du dernier versement pour les deux contrats.
- 3 Calculer la somme des deux contrats.
- 4 Lequel de ces deux contrats est le plus intéressant d'un point de vue financier?

## Exercice 10

## Pile de livres

Benjamin décide d'empiler des livres. Pour la stabilité de sa tour, il commence avec le plus gros livre, qui contient 500 pages. Puis il place chaque livre au-dessus en contenant 10 pages de moins que le précédent.

- 1 Combien de pages contient une pile de 20 livres ?
- 2 Combien de livres au maximum peut-il mettre sur sa pile, sachant qu'un livre ne peut pas avoir moins de dix pages ? Quelle sera alors la hauteur de la pile ?

## Exercice 11

## Ricochets

Sofia se place près d'un lac et décide de s'entraîner à faire des ricochets.

Elle lance un caillou qui parcourt 2 m avant de rebondir une première fois. Le caillou parcourt ensuite la moitié, donc 1 m, avant de rebondir une deuxième fois. Puis il parcourt la moitié, donc 0,5 m, avant de rebondir une troisième fois. Le caillou continue indéfiniment comme cela.

- 1 Quelle est la distance totale parcourue par le caillou au moment du 20<sup>e</sup> rebond ?
- 2 Quelle est la distance totale parcourue par le caillou au moment du  $n$ -ième rebond ?
- 3 Pour un très grand nombre de rebonds, vers quelle valeur se rapproche la distance totale parcourue par le caillou ?

## Exercice 12

## Consommation de cigarettes

Bob décide d'arrêter de fumer au premier janvier. Il décide de le faire progressivement. Il sait qu'il consomme 140 cigarettes par semaine. Il souhaite alors partir de ce point la première semaine puis de diminuer chaque semaine de 20 cigarettes. On note  $(u_n)$  le nombre de cigarette que Bob projeté de fumer par semaine.


- 1 Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$ ? Préciser ses paramètres. Expliciter la formule de récurrence et la formule explicite.
- 2 Combien de temps faudra-t-il à Bob pour arrêter de fumer?
- 3 Combien de cigarettes aura-t-il fumé en tout depuis qu'il aura décidé d'arrêter?

## Exercice 13

## Mégot de cigarettes

Pour rendre sa ville plus agréable et lutter contre les mégots jetés par terre. Le maire d'une commune dépose un arrêté prévoyant une amende de 160€ en cas de flagrant délit. Cette mesure est sensée faire diminuer le nombre de mégots jetés par terre de 15% par an. Il était temps, en 2019, les agents publics en avaient ramassés 20 000.

- 1 On note  $(u_n)$  la suite modélisant le nombre de mégots jetés par terre en 1 an à partir de l'année 2019. Décrire la suite  $(u_n)$ .
- 2 Combien d'années faudra-t-il attendre pour que le nombre de mégots jetés par an passent en dessous de 100.
- 3 Combien de mégots auront été alors jetés depuis la mise en place de l'arrêté?

**Exercice 14** **Porte-monnaie**

Maxime a 40 € dans son porte-monnaie le 1 janvier 2019 au matin. Tous les jours, il dépense le quart de ce qu'il a dans son porte-monnaie et retire 25 € le soir dans un distributeur pour mettre dans son porte-monnaie.

On note  $u_n$  la somme qu'il aura dans son porte-monnaie  $n$  jours après le 1 janvier, au matin. On a  $u_0 = 40$ .

- 1 Combien aura-t-il dans son porte-monnaie le 2 janvier au matin ?
- 2 Donner la valeur de  $u_0$ ,  $u_1$  et  $u_2$ .
- 3 La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ? Géométrique ?
- 4 Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = 0,75 \cdot u_n + 25$ .
- 5 Soit  $(v_n)$  la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $v_n = u_n - 100$ .
  - a. Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,75.
  - b. En déduire la valeur de  $v_n$  en fonction de  $n$ .
  - c. En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - d. Combien aura-t-il dans son porte-monnaie le 15 janvier au matin ?

**Exercice 15** **Parc d'attractions**

Un parc d'attractions propose à ses visiteurs des pass annuels donnant un accès illimité à l'ensemble du site. En 2019, 5 000 visiteurs achètent ce pass. Chaque année, le directeur du parc prévoit que 90 % de ces visiteurs renouvelleront leur pass et que 800 nouveaux visiteurs en achèteront un.

On note  $u_n$  le nombre de visiteurs ayant le pass annuel en 2019 +  $n$ .

- 1 Déterminer la valeur de  $u_0$  et  $u_1$ .
- 2 Justifier que, pour tout  $n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = 0,9 u_n + 800$ .
- 3 Soit  $(v_n)$  la suite définie par  $v_n = u_n - 8000$ .
  - a. Justifier que la suite  $(v_n)$  est géométrique.
  - b. Donner l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .
  - c. En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - d. Combien peut-on prévoir qu'il y aura de visiteurs détenteurs du pass annuel en 2030 ?