

Fonctions sinus et cosinus

– juin 2026

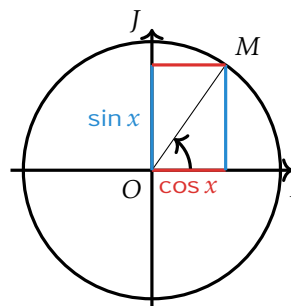
1 Les fonctions sinus et cosinus

Définition: Fonctions sinus et cosinus

Soit x un réel et M son point image sur le cercle trigonométrique.

- La fonction **cosinus** associe à x l'abscisse de M , notée $\cos x$.
- La fonction **sinus** associe à x l'ordonnée de M , notée $\sin x$.

Ces deux fonctions sont définies sur $\mathbb{R}$ tout entier.



2 Périodicité et parité

Propriété: Périodicité

Pour tout réel x :

$$\cos(x + 2\pi) = \cos x \quad \text{et} \quad \sin(x + 2\pi) = \sin x.$$

On dit que les fonctions cosinus et sinus sont **périodiques de période 2π** .

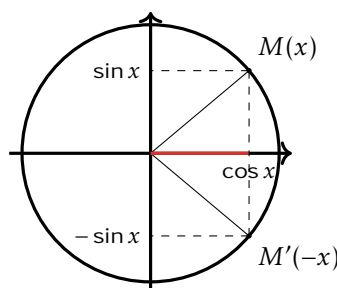
Propriété: Parité

Pour tout réel x :

$$\cos(-x) = \cos x \quad \sin(-x) = -\sin x.$$

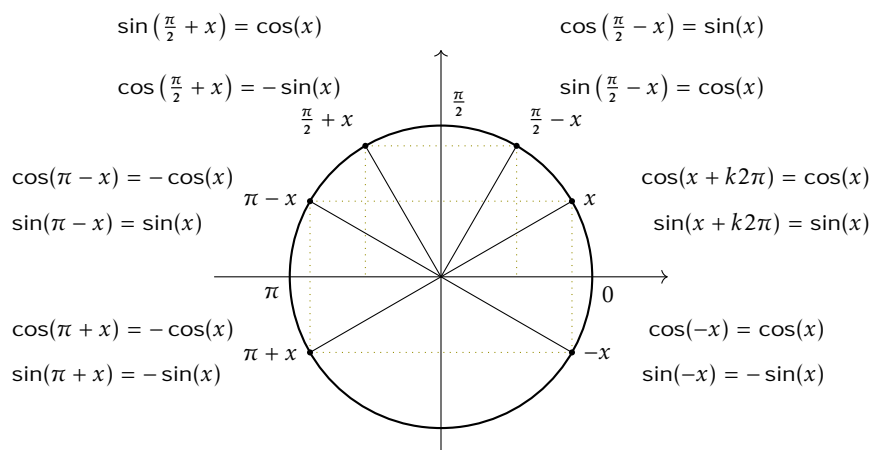
La fonction cosinus est **paire**, la fonction sinus est **impaire**.

Les points images de x et de $-x$ sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses : même abscisse ($\cos(-x) = \cos x$), ordonnées opposées ($\sin(-x) = -\sin x$).



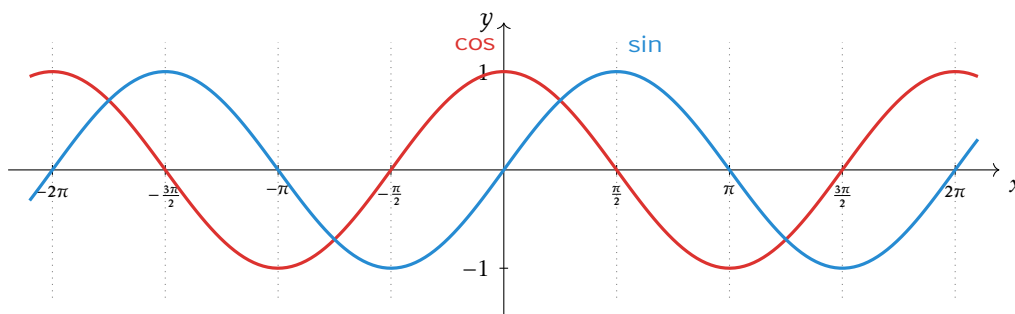
3 Formules des angles associés

Propriété: Angles associés



4 Courbes représentatives

En reportant les valeurs et en utilisant la périodicité, on obtient les courbes suivantes, appelées **sinusoïdes**.



Propriété: Variations sur $[-\pi; \pi]$

Cosinus : décroissante sur $[0; \pi]$, croissante sur $[-\pi; 0]$.

Sinus : croissante sur $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, décroissante sur $[\frac{\pi}{2}; \pi]$ et sur $[-\pi; -\frac{\pi}{2}]$.

5 Exercices

Exercice 1



Utiliser la périodicité

En utilisant la périodicité, ramener chaque réel à un réel de $[0; 2\pi]$, puis donner la valeur exacte.

1 $\cos\left(\frac{13\pi}{6}\right)$	2 $\sin\left(\frac{9\pi}{4}\right)$	3 $\cos\left(-\frac{7\pi}{3}\right)$	4 $\sin\left(\frac{25\pi}{6}\right)$
--------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

Exercice 2



Angles associés

À l'aide des valeurs remarquables et des formules des angles associés, donner les valeurs exactes.

1 $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$	4 $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$	7 $\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)$
2 $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$	5 $\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)$	8 $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)$
3 $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$	6 $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$	9 $\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)$

Exercice 3



Simplifier des expressions

Simplifier au maximum les expressions suivantes, pour tout réel x .

1 $A = \cos(-x) + \cos(\pi - x)$	3 $C = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(-x)$
2 $B = \sin(\pi + x) + \sin(\pi - x)$	4 $D = \cos(\pi - x) + \cos(\pi + x) + 2 \cos x$

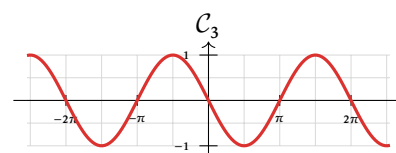
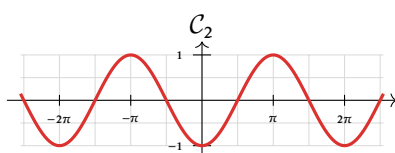
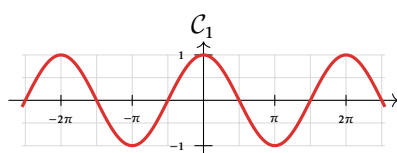
Exercice 4



Associer une fonction à sa courbe

Associer à chaque fonction sa courbe représentative parmi $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$ ou $\mathcal{C}_3$.

$f : x \mapsto \cos(\pi + x)$ $g : x \mapsto \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$	$h : x \mapsto \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ $k : x \mapsto \cos(x - \pi)$	$m : x \mapsto \cos(4\pi - x)$ $n : x \mapsto \sin(6\pi - x)$
--	---	--



6 Correction des exercices

Solutions des exercices

Exercice 1

Solution

Utiliser la périodicité

On ajoute ou retranche un multiple de 2π pour se ramener dans $[0; 2\pi]$.

$$1 \quad \frac{13\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 2\pi, \text{ donc } \cos\left(\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$2 \quad \frac{9\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi, \text{ donc } \sin\left(\frac{9\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$3 \quad -\frac{7\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} - 2\pi, \text{ donc } \cos\left(-\frac{7\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}.$$

$$4 \quad \frac{25\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 4\pi, \text{ donc } \sin\left(\frac{25\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$$

Exercice 2

Solution

Angles associés

On écrit chaque angle à l'aide d'un angle associé à une valeur remarquable.

$$1 \quad \frac{3\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{4} : -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$2 \quad \frac{5\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{6} : \frac{1}{2}.$$

$$3 \quad \frac{7\pi}{6} = \pi + \frac{\pi}{6} : -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$4 \quad \frac{4\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3} : -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$5 \quad \frac{5\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4} : -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$6 \quad \frac{2\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{3} : \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$7 \quad \frac{11\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi : \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$8 \quad \frac{7\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi : -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$9 \quad \frac{5\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + 2\pi : \frac{1}{2}.$$

Exercice 3

Solution

Simplifier des expressions

On remplace à l'aide des formules des angles associés.

$$1 \quad A = \cos x + (-\cos x) = 0.$$

$$2 \quad B = -\sin x + \sin x = 0.$$

$$3 \quad C = \sin x + (-\sin x) = 0.$$

$$4 \quad D = -\cos x - \cos x + 2\cos x = 0.$$

Exercice 4

Solution

Associer une fonction à sa courbe

On simplifie chaque fonction à l'aide des formules des angles associés, puis on repère sa valeur en 0.

$$f = g = k = -\cos x, \quad h = m = \cos x, \quad n = -\sin x.$$

- $\mathcal{C}_1$ ($\cos x$, maximum 1 en 0) : h et m .
- $\mathcal{C}_2$ ($-\cos x$, minimum -1 en 0) : f , g et k .
- $\mathcal{C}_3$ ($-\sin x$, passe par 0 en décroissant) : n .