DS3 — Solution

1G math – 13 novembre 2025

Exercice 1 — Solution — Automatismes

1 Calcul de la norme de $\overrightarrow{AB}$:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 6-2 \\ 3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$
$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

Réponse : c) $2\sqrt{5}$

2 Forme factorisée de $f(x) = 16x^2 + 4 - 16x$:
On réordonne : $f(x) = 16x^2 - 16x + 4$
On reconnaît une identité remarquable $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 4x$ et $b = 2$:

$$\begin{aligned} f(x) &= (4x)^2 - 2 \times 4x \times 2 + 2^2 \\ &= (4x-2)^2 \end{aligned}$$

Vérification : $(4x-2)^2 = 16x^2 - 16x + 4$ ☒
Réponse : b) $(4x-2)^2$

3 Résolution de l'inéquation $\dfrac{3x-2}{5} \leq \dfrac{3x-2}{2}$:

$$\begin{aligned} \frac{3x-2}{5} &\leq \frac{3x-2}{2} \\ 2(3x-2) &\leq 5(3x-2) \\ 6x-4 &\leq 15x-10 \\ -9x &\leq -6 \\ x &\geq \frac{-6}{-9} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Donc $3x-2 \geq 0$, soit $3x \geq 2$, d'où $x \geq \dfrac{2}{3}$

Réponse : a) $x \geq \dfrac{2}{3}$

Exercice 2 — Solution — Visites

1 **Complétion du tableau :**
Calculs préliminaires :

- Inscrits à la fromagerie : $37,5\% \times 80 = 0,375 \times 80 = 30$ résidents
- Inscrits au musée : 25 résidents (donné)
- Inscrits aux deux : $\frac{1}{4} \times 80 = 20$ résidents

	Inscrits fromagerie	Non inscrits fromagerie	Total
Inscrit musée	20	5	25
Non inscrit musée	10	45	55
Total	30	50	80

Détails :

- Inscrits aux deux : 20
- Inscrits musée uniquement : $25-20=5$
- Inscrits fromagerie uniquement : $30-20=10$
- Non inscrits aux deux : $80-20-5-10=45$

2 a. $P(F)=\frac{30}{80}=\frac{3}{8}$ et $P(M)=\frac{25}{80}=\frac{5}{16}$

b. $F\cap M$ représente l'évènement "le résident est inscrit aux deux visites".
$P(F\cap M)=\frac{20}{80}=\frac{1}{4}$

c. La probabilité que le résident soit inscrit à au moins une visite est :

$$\begin{aligned}P(F\cup M)&=P(F)+P(M)-P(F\cap M)\\&=\frac{30}{80}+\frac{25}{80}-\frac{20}{80}\\&=\frac{35}{80}=\frac{7}{16}\end{aligned}$$

3 $P_F(M)=\frac{P(F\cap M)}{P(F)}=\frac{\frac{20}{80}}{\frac{30}{80}}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$

Interprétation : Parmi les résidents inscrits à la fromagerie, $\frac{2}{3}$ sont aussi inscrits au musée.

4 a. $P_{\overline{M}}(\overline{F})=\frac{P(\overline{M}\cap\overline{F})}{P(\overline{M})}=\frac{\frac{45}{80}}{\frac{55}{80}}=\frac{45}{55}=\frac{9}{11}$

Or $\frac{9}{11}\approx 0,818>0,8=\frac{8}{10}$ donc l'affirmation est vraie.

b. Calculons $P_{\overline{F}}(\overline{M})=\frac{P(\overline{F}\cap\overline{M})}{P(\overline{F})}=\frac{\frac{45}{80}}{\frac{50}{80}}=\frac{45}{50}=\frac{9}{10}=0,9$

On a $P_{\overline{M}}(\overline{F})\approx 0,82$ et $P_{\overline{F}}(\overline{M})=0,9$, donc dans les deux cas, la probabilité est élevée (supérieure à 0,8).

L'affirmation de l'animatrice est correcte.

Exercice 3 — Solution — Trigo

1 **Mesures des angles :**

- Le cercle est divisé en 24 segments, donc chaque segment correspond à $\frac{2\pi}{24}=\frac{\pi}{12}$
- Point A : 2 segments depuis l'axe horizontal $\Rightarrow \frac{2\pi}{12}=\frac{\pi}{6}$
- Point B : 9 segments depuis l'axe horizontal $\Rightarrow \frac{9\pi}{12}=\frac{3\pi}{4}$
- Point C : -11 segments depuis l'axe horizontal $\Rightarrow \frac{-11\pi}{12}$

2 **Placement des points :**

a. X image de $\frac{-3\pi}{2}$: $\frac{-3\pi}{2}=\frac{-18\pi}{12}$ soit -18 segments $\Rightarrow$ en bas (point correspondant à $\frac{\pi}{2}$ par symétrie)

b. Y image de $\frac{5\pi}{3}$: $\frac{5\pi}{3}=\frac{20\pi}{12}$ soit 20 segments $\Rightarrow$ 4 segments avant le tour complet

3 **Mesures principales :**

a. $\alpha=\frac{7\pi}{3}$: On retire un tour : $\frac{7\pi}{3}-2\pi=\frac{7\pi-6\pi}{3}=\frac{\pi}{3}$
Mesure principale : $\frac{\pi}{3}$

b. $\beta=\frac{-17\pi}{4}$: On ajoute des tours : $\frac{-17\pi}{4}+2\pi\times 3=\frac{-17\pi+24\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$
Ou bien : $\frac{7\pi}{4}-2\pi=\frac{-\pi}{4}$
Mesure principale : $\frac{-\pi}{4}$ (ou $\frac{7\pi}{4}$)

4 **Valeurs trigonométriques :**

a. $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$

b. $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

c. $\sin\left(\frac{-\pi}{6}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$

Exercice 4 — Solution — Fonctions

1 **Lecture graphique et taux de variation :**

D'après le graphique :

- $f(-1) = 8$ (lecture sur la courbe)
- $f(1) = 0$ (lecture sur la courbe)

Taux de variation de f entre -1 et 1 :

$$\frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{0 - 8}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

2 **Taux de variation entre 2 et 3,5 :**

Calcul avec la formule de f :

$$f(2) = 2^3 - 2 \times 2^2 - 5 \times 2 + 6 = 8 - 8 - 10 + 6 = -4$$

$$\begin{aligned} f(3,5) &= 3,5^3 - 2 \times 3,5^2 - 5 \times 3,5 + 6 \\ &= 42,875 - 24,5 - 17,5 + 6 = 6,875 \end{aligned}$$

Taux de variation :

$$\frac{f(3,5) - f(2)}{3,5 - 2} = \frac{6,875 - (-4)}{1,5} = \frac{10,875}{1,5} = 7,25$$

Interprétation : Cette valeur représente le coefficient directeur de la droite passant par les points de la courbe d'abscisses 2 et 3,5 (droite sécante).

3 **Tangentes :**

Il faut tracer les tangentes à la courbe aux points d'abscisse $x = -2$ et $x = -1$.

- En $x = -2$: la tangente a une pente négative (la fonction décroît)
- En $x = -1$: la tangente a une pente négative mais moins forte

(Les tangentes doivent être tracées sur le graphique)

4 **Coefficient directeur de T :**

La tangente T passe par les points $(0, 6)$ et $(1, 0)$ (lecture graphique).

Coefficient directeur :

$$a = \frac{0 - 6}{1 - 0} = -6$$

5 **Points où le coefficient directeur est nul :**

Le coefficient directeur de la tangente est nul aux points où la courbe admet un extremum local (maximum ou minimum).

D'après le graphique, cela se produit :

- En $x \approx -0,8$ (maximum local)
- En $x \approx 2,1$ (minimum local)

(Valeurs approximatives à lire sur le graphique)