# DS7 — Solution

1G math – 05 mars 2026

**Attention – Document généré par IA**

Ce document a été essentiellement généré par une intelligence artificielle (LLM) et relu dans les grandes lignes. Des erreurs, des approximations ou des méthodes inhabituelles peuvent être présentes.

**Restez critique face au contenu proposé et ne le considérez pas comme une vérité absolue.**

## Exercice 1 — Solution — Coût minimal et bénéfice maximal

### A. Étude du coût marginal

1. $C_m(x) = C'(x) = 3x^2 - 60x + 309$.
2. Le discriminant de $C_m(x) = 3x^2 - 60x + 309$ est $\Delta = (-60)^2 - 4 \times 3 \times 309 = 3600 - 3708 = -108 < 0$.
   Comme $\Delta < 0$ et le coefficient de $x^2$ est positif ($a = 3 > 0$), on a $C_m(x) > 0$ pour tout $x$.
   Le coût marginal ne peut pas être négatif.
3. $C'_m(x) = 6x - 60$.
4. $C'_m(x) = 0 \iff 6x - 60 = 0 \iff x = 10$.
   - Si $x < 10$ : $C'_m(x) < 0$ donc $C_m$ est décroissante.
   - Si $x > 10$ : $C'_m(x) > 0$ donc $C_m$ est croissante.

| $x$ | $0$ | | $10$ | | $30$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $C'_m(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $C_m(x)$ | $309$ | ↘ | $9$ | ↗ | $1209$ |

5. D'après le tableau de variation, $C_m$ atteint son minimum en $x = 10$.
   Le coût marginal est minimal pour $10$ paires de bottes fabriquées, et vaut $C_m(10) = 9$ €.

### B. Étude du bénéfice

6. Le bénéfice est la différence entre la recette et le coût :

$$B(x) = 201x - C(x) = 201x - x^3 + 30x^2 - 309x - 500 = -x^3 + 30x^2 - 108x - 500$$

7. $B'(x) = -3x^2 + 60x - 108$.
8. On cherche les racines de $B'(x) = -3x^2 + 60x - 108$ en calculant le discriminant.
   On a $a = -3$, $b = 60$, $c = -108$, donc :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 60^2 - 4 \times (-3) \times (-108) = 3600 - 1296 = 2304$$

Comme $\Delta > 0$, $B'$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-60 - \sqrt{2304}}{2 \times (-3)} = \frac{-60 - 48}{-6} = \frac{-108}{-6} = 18$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-60+48}{-6} = \frac{-12}{-6} = 2$$

On peut donc factoriser : $B'(x) = -3(x-2)(x-18)$.
$B'(x) = 0 \iff x = 2$ ou $x = 18$.
Comme le coefficient de $x^2$ est négatif ($a = -3 < 0$), $B'(x)$ est du signe de $-3$ à l'extérieur des racines :

| $x$ | $0$ | | $2$ | | $18$ | | $30$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $B'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $B(x)$ | $-500$ | ↘ | $-604$ | ↗ | $1444$ | ↘ | $-1508$ |

**9** D'après le tableau de variation, $B$ atteint son maximum en $x = 18$.
Il faut fabriquer $18$ paires de bottes pour obtenir un bénéfice maximum de $B(18) = 1444$ €.

## Exercice 2 — Solution — Pantalons de Gani

**1** **VRAI.** On note $N$ l'évènement le pantalon est noir et $D$ l'évènement le pantalon est décontracté .
Ni noir, ni décontracté se traduit par $\overline{N} \cap \overline{D}$.
D'après le tableau, les pantalons ni noirs ni décontractés sont les pantalons bleus habillés (5) et rouges habillés (0), soit 5 pantalons.

$$P(\overline{N} \cap \overline{D}) = \frac{5}{24}$$

**2** **FAUX.** On note $B$ l'évènement le pantalon est bleu et $D$ l'évènement le pantalon est décontracté .
Calculons séparément :

$$P(B) = \frac{13}{24} \qquad P(D) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \qquad P(B \cap D) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

Vérifions : $P(B) \times P(D) = \frac{13}{24} \times \frac{2}{3} = \frac{26}{72} = \frac{13}{36}$.
Or $P(B \cap D) = \frac{8}{24} = \frac{12}{36}$.
Donc $P(B) \times P(D) = \frac{13}{36} \neq \frac{12}{36} = P(B \cap D)$.
Les évènements ne sont **pas indépendants.**

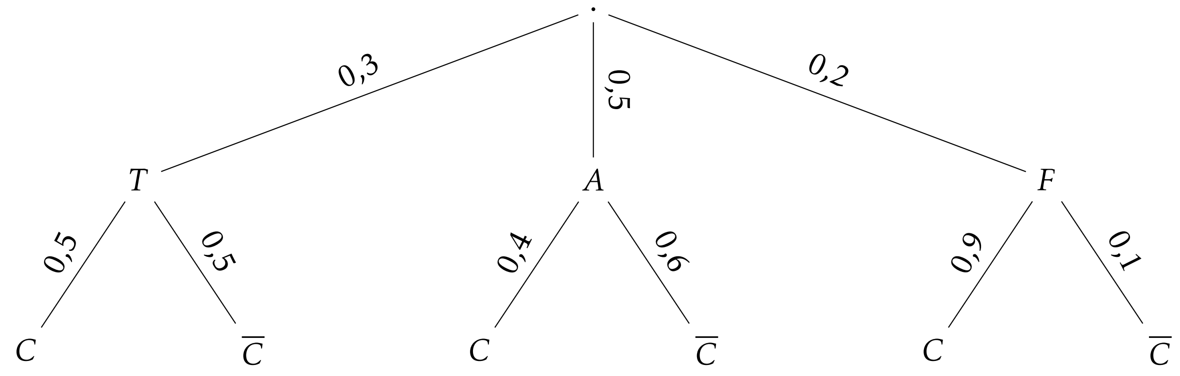
**3** **VRAI.** On note $N$ l'évènement le pantalon est noir et $D$ l'évènement le pantalon est décontracté .

$$P(N) = \frac{9}{24} = \frac{3}{8} \qquad P(D) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \qquad P(N \cap D) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

Vérifions : $P(N) \times P(D) = \frac{3}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} = P(N \cap D)$.
Donc les évènements sont **indépendants.**

## Exercice 3 — Solution — Jeu vidéo

**1** On a $P(T) = 0{,}3$, $P(A) = 0{,}5$ et $P(F) = 1 - 0{,}3 - 0{,}5 = 0{,}2$.
De plus, $P_T(C) = 0{,}5$, $P_A(C) = 0{,}4$ et $P_F(C) = 0{,}9$.
On en déduit $P_T(\overline{C}) = 0{,}5$, $P_A(\overline{C}) = 0{,}6$ et $P_F(\overline{C}) = 0{,}1$.




**2** On cherche $P(A \cap C)$ :

$$P(A \cap C) = P(A) \times P_A(C) = 0{,}5 \times 0{,}4 = 0{,}2$$

**3** D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(C) &= P(T \cap C) + P(A \cap C) + P(F \cap C) \\ &= P(T) \times P_T(C) + P(A) \times P_A(C) + P(F) \times P_F(C) \\ &= 0{,}3 \times 0{,}5 + 0{,}5 \times 0{,}4 + 0{,}2 \times 0{,}9 \\ &= 0{,}15 + 0{,}2 + 0{,}18 \\ &= 0{,}53 \end{aligned}$$

**4** On cherche $P_C(A)$, la probabilité que ce soit un personnage de type Air sachant que Victor a conservé son personnage.
D'après la formule de Bayes :

$$P_C(A) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{0{,}2}{0{,}53} = \frac{20}{53} \approx 0{,}377$$