

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

## Exercice 1 Coût minimal et bénéfice maximal(/10)

Un artisan fabrique des bottes sur mesure. Toute paire de bottes est donc commandée, fabriquée et vendue au prix de 201 €. On note  $C$  la fonction qui, à chaque nombre  $x$  de paires de bottes fabriquées, associe le coût total de fabrication de ces  $x$  paires.

Et on a, pour tout réel  $x$  appartenant à  $I = [0 ; 30]$ ,

$$C(x) = x^3 - 30x^2 + 309x + 500.$$

**A. Étude du coût marginal** On rappelle que le coût marginal  $C_m$  de fabrication d'une unité supplémentaire se calcule à l'aide de la dérivée du coût total. Ainsi, pour tout réel  $x$  de  $I$ , on a  $C_m(x) = C'(x)$ .

- 1 Calculer  $C_m(x)$
- 2 Est-ce qu'entre 0 et 30 paires, le coût marginal peut-il être négatif?
- 3 Calculer  $C'_m(x)$
- 4 Étudier le signe de  $C'_m(x)$  et en déduire le tableau de variation de  $C_m(x)$ .
- 5 En déduire pour quelle quantité fabriquée le coût marginal est minimal.

## B. Étude du bénéfice

6 Démontrer que le bénéfice obtenu pour la fabrication et la vente de  $x$  paires de bottes est

$$B(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 500$$

- 7 Calculer  $B'(x)$ .
- 8 Étudier le signe de  $B'(x)$  et en déduire le tableau de variation de  $B(x)$ .
- 9 Combien de paires de bottes faut-il fabriquer pour obtenir un bénéfice maximum ? Quelle est la valeur de ce bénéfice maximum ?

## Exercice 2 Pantalons de Gani(/4)

La répartition des pantalons de Gani est donnée par le tableau ci-contre :

Il prend un pantalon au hasard dans son armoire et on considère les évènements :

- $B$  : Le pantalon est bleu.
- $N$  : Le pantalon est noir.
- $D$  : Le pantalon est décontracté.

	Habillé	Décontracté	Total
Bleu	5	8	13
Noir	3	6	9
Rouge	0	2	2
Total	8	16	24

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant.

*Une part de la notation sera basée sur la maîtrise des notations mathématiques et la clarté du raisonnement*

- 1 **Affirmation 1** : La probabilité que Gani ne prenne ni un pantalon noir, ni un pantalon décontracté est  $\frac{5}{24}$ .
- 2 **Affirmation 2** : Les évènements le pantalon est bleu et le pantalon est décontracté sont indépendants.
- 3 **Affirmation 3** : Les évènements le pantalon est noir et le pantalon est décontracté sont indépendants.

### Exercice 3

### Jeu vidéo(/6)

Victor a téléchargé un jeu sur son téléphone. Le but de ce jeu est d'affronter des obstacles à l'aide de personnages qui peuvent être de trois types : Terre , Air ou Feu .

Au début de chaque partie, Victor obtient de façon aléatoire un personnage d'un des trois types et peut, en cours de partie, conserver ce personnage ou changer une seule fois de type de personnage.

Le jeu a été programmé de telle sorte que :

- la probabilité que la partie débute avec un personnage de type Terre est 0,3 ;
- la probabilité que la partie débute avec un personnage de type Air est 0,5 ;
- si la partie débute avec un personnage de type Terre , la probabilité que celui-ci soit conservé est 0,5 ;
- si la partie débute avec un personnage de type Air , la probabilité que celui-ci soit conservé est 0,4 ;
- si la partie débute avec un personnage de type Feu , la probabilité que celui-ci soit conservé est 0,9.

On note les évènements suivants :

- $T$  : la partie débute avec un personnage de type Terre ;
- $A$  : la partie débute avec un personnage de type Air ;
- $F$  : la partie débute avec un personnage de type Feu ;
- $C$  : Victor conserve le même personnage tout au long de la partie.

- 1 Représenter la situation avec un arbre de probabilité
- 2 Calculer la probabilité que Victor obtienne et conserve un personnage de type Air .
- 3 Justifier que la probabilité que Victor conserve le personnage obtenu en début de partie est 0,53.
- 4 On considère une partie au cours de laquelle Victor a conservé le personnage obtenu en début de partie.

Quelle est la probabilité que ce soit un personnage de type Air ?