Bac Blanc — Solution

Première générale
mathématiques spécialité – 23 mars 2026

Exercice 1 — Solution — Automatismes

1. **Réponse c.** $20\,\%$ de $60 = 12$, donc $60 + 12 = 72$ euros.
2. **Réponse b.** $1{,}2 \times 0{,}8 = 0{,}96$, soit une réduction de $4\,\%$.
3. **Réponse b.** $\dfrac{1}{3} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{4}$.
4. **Réponse b.** Sur la parabole, $x^2 \geqslant 9$ correspond aux x pour lesquels la courbe est au-dessus de $y = 9$, soit $x \leqslant -3$ ou $x \geqslant 3$.
5. **Réponse d.** En isolant u : $v(2u+1) = u \Rightarrow 2vu + v = u \Rightarrow v = u(1-2v) \Rightarrow u = \dfrac{v}{1-2v}$.
6. **Réponse d.** $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{3-5}{4-(-2)} = \dfrac{-2}{6} = -\dfrac{1}{3}$.
7. $\dfrac{f(1+h) - f(1)}{h} = \dfrac{(1+h)^2 - 3(1+h) - (-2)}{h} = \dfrac{h^2 - h}{h} = h - 1$.
8. **Réponse d.** $1 + \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2}$, donc $A = 1 + \dfrac{1}{\frac{3}{2}} = 1 + \dfrac{2}{3} = \dfrac{5}{3}$.

Exercice 2 — Solution — Épargne de Léo

1. La suite (u_n) est **arithmétique** de premier terme $u_1 = 50$ et de raison $r = 52{,}5 - 50 = 2{,}5$.
2. $u_n = u_1 + (n-1)r = 50 + 2{,}5(n-1) = 2{,}5n + 47{,}5$.
3. $u_{10} = 2{,}5 \times 10 + 47{,}5 = 72{,}5$ €. C'est la somme déposée en octobre 2026 (le 10e mois depuis janvier 2026).
4. On résout $u_n > 100$: $2{,}5n + 47{,}5 > 100 \Leftrightarrow n > 21$. Le plus petit entier est $n = 22$, soit **octobre 2027**.
5. De janvier 2026 à juin 2028, il y a 30 mois. $u_{30} = 2{,}5 \times 30 + 47{,}5 = 122{,}5$ €.
   $S_{30} = \dfrac{30}{2}(u_1 + u_{30}) = 15 \times (50 + 122{,}5) = 15 \times 172{,}5 = 2\,587{,}5$ €.
   Comme $2\,587{,}5 > 2\,500$, Léo peut s'offrir son voyage.
   Programme complété :

```python
total = 0
u = 47.5
for n in range(30):
    u = u + 2.5
    total = total + u
print(total)
```

Exercice 3 — Solution — Probabilités conditionnelles

1. Arbre complété : $p(F) = 0{,}1$, $p(M) = 0{,}4$, $p(E) = 0{,}5$.
   Par la formule des probabilités totales : $p(G) = p(F) \times p_F(G) + p(M) \times p_M(G) + p(E) \times p_E(G)$
   $0{,}58 = 0{,}1 \times p_F(G) + 0{,}4 \times 0{,}6 + 0{,}5 \times 0{,}54 = 0{,}1 \times p_F(G) + 0{,}51$
   Donc $p_F(G) = \dfrac{0{,}07}{0{,}1} = 0{,}7$.
2. $p(M \cap G) = p(M) \times p_M(G) = 0{,}4 \times 0{,}6 = \mathbf{0{,}24}$.
3. Par la formule des probabilités totales : $p(G) = \mathbf{0{,}58}$.
4. Par la formule de Bayes : $p_G(F) = \dfrac{p(F \cap G)}{p(G)} = \dfrac{p(F) \times p_F(G)}{p(G)} = \dfrac{0{,}1 \times 0{,}7}{0{,}58} = \dfrac{0{,}07}{0{,}58} = \dfrac{7}{58} \approx 0{,}12$.

Exercice 4 — Solution — Vigneron artisanal

1 a. $R(40) = 40 \times \left(100 - \dfrac{40}{2}\right) = 40 \times 80 = \mathbf{3\,200}$ euros.

b. $R(x) = x \times p(x) = x\left(100 - \dfrac{x}{2}\right) = 100x - \dfrac{x^2}{2}$.

2 a. $B(x) = R(x) - C(x) = 100x - \dfrac{x^2}{2} - 0{,}5x^2 - 10x - 800 = -x^2 + 90x - 800$.

b. $B'(x) = -2x + 90$.

c. $B'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 45$.
$B'(x) > 0$ sur $[5\,;\,45]$ donc B est croissante ; $B'(x) < 0$ sur $[45\,;\,50]$ donc B est décroissante.

d. Le bénéfice est maximal pour $x = 45$ bouteilles.
$B(45) = -45^2 + 90 \times 45 - 800 = -2\,025 + 4\,050 - 800 = \mathbf{1\,225}$ euros.

Exercice 5 — Solution — Produit scalaire

1 E est le milieu de la diagonale $[BD]$, donc $\overrightarrow{BE} = \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.

$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BC} \cdot \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} + \dfrac{1}{2}|\overrightarrow{BC}|^2 = \dfrac{1}{2} \times 0 + \dfrac{1}{2} \times 36 = \mathbf{18}$.

2 On décompose $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BA} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, donc :

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BI} = |\overrightarrow{BA}|^2 + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Dans le triangle équilatéral, $\widehat{BAC} = 60°$, donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 \times 4 \times \cos(60°) = 8$, soit $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = -8$.

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BI} = 16 + \dfrac{1}{2} \times (-8) = \mathbf{12}$.

3 a. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AF} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ (car F est milieu de $[DC]$).

Comme $ABCD$ est un rectangle, $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD}$ donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.

$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AF} = \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) \cdot \left(\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) = \dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AD}|^2 = \dfrac{1}{2} \times 36 + 9 = \mathbf{27}$.

b. $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{36 + 9} = 3\sqrt{5}$ et $AF = \sqrt{AE^2 + AD^2} = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$.

c. $\cos\left(\overrightarrow{AC}\,;\,\overrightarrow{AF}\right) = \dfrac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AF}}{AC \times AF} = \dfrac{27}{3\sqrt{5} \times 3\sqrt{2}} = \dfrac{27}{9\sqrt{10}} = \dfrac{3}{\sqrt{10}} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$.