DS9 Solution

1G math – 07 mai 2026

Exercice 1 — Solution — Automatismes

1 **Réponse B :** $f(x) \geq 0$ pour $x \in [1\,;3]$.
$f(x) = -(x^2 - 4x + 3) = -(x-1)(x-3)$. Racines : $x_1 = 1$ et $x_2 = 3$. Comme $a = -1 < 0$, $f(x) \geq 0$ entre les racines.

2 **Réponse c)** $x = 2$ et $y = 1$.
En additionnant les deux équations : $3x = 6$ donc $x = 2$. Puis $y = 5 - 2x = 5 - 4 = 1$.

3 **Réponse B :** $v = \sqrt{aR}$.
De $a = \dfrac{v^2}{R}$, on tire $v^2 = aR$, puis $v = \sqrt{aR}$ (car $v \geq 0$).

4 **Réponse B :** $-28\,\%$.
Le coefficient multiplicateur global est $(1 - 0{,}10) \times (1 - 0{,}20) = 0{,}9 \times 0{,}8 = 0{,}72$. Le taux d'évolution est $0{,}72 - 1 = -0{,}28$, soit $-28\,\%$.
Erreur fréquente : additionner les taux ($-10\,\% + (-20\,\%) = -30\,\%$) est incorrect.

5 **Réponse C :** $y = 5x + 18$.
La pente de la tangente en $A(-3\,;\,3)$ est $f'(-3)$. Or $f'(x) = x^2 - 4$, donc $f'(-3) = 9 - 4 = 5$. L'équation est $y - 3 = 5(x+3)$, soit $y = 5x + 18$.

6 **Réponse B :** la parabole $f'(x) = x^2 - 4$, s'annulant en $x = -2$ et $x = 2$, avec un minimum de -4 en $x = 0$.
f' s'annule là où f a ses extrema ($x = \pm 2$), est positive là où f est croissante ($]-\infty\,;\,-2[$ et $]2\,;\,+\infty[$) et négative là où f est décroissante.

7 **Réponse B :** le programme affiche 4.
Déroulement : `u = 10`, `n = 0` ; itér. 1 : `u = 5`, `n = 1` ; itér. 2 : `u = 2.5`, `n = 2` ; itér. 3 : `u = 1.25`, `n = 3` ; itér. 4 : `u = 0.625`, `n = 4` ; condition `0.625 > 1` fausse $\Rightarrow$ fin de boucle. Le programme affiche `n = 4`.

8 **Réponse B :** $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$.
Valeur à connaître : dans le triangle équilatéral de côté 1, on obtient $\cos 60° = \cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$.

Exercice 2 — Solution — Diffusion d'un médicament

1 *Injection par voie intraveineuse*

a. Pour tout $t \in [0\,;\,10]$, $f_1(t) = \exp(-0{,}57t)$.
On a $f_1'(t) = -0{,}57\ \exp(-0{,}57t)$.
Comme $\exp(-0{,}57t) > 0$ pour tout t, on a $f_1'(t) = -0{,}57\ \exp(-0{,}57t) < 0$ pour tout $t \in [0\,;\,10]$.
Donc f_1 est **strictement décroissante** sur $[0\,;\,10]$.

b. D'après le graphique, la courbe $\mathcal{C}_1$ passe en dessous du niveau $y = 0{,}1$ à partir de $t \approx 4$ heures.
Donc $f_1(t) < 0{,}1$ pour $t \in \,]4\,;10[$ (environ).
Interprétation : La proportion de médicament dans le sang est inférieure à 10 % après environ 4 heures suivant l'injection intraveineuse.

2 *Administration par voie orale*

a. f_2 est le produit de deux fonctions : $u(t) = 1{,}75t$ et $v(t) = \exp(-t)$.
On a $u'(t) = 1{,}75$ et $v'(t) = -\exp(-t)$.
Par la règle du produit :

$$\begin{aligned} f_2'(t) &= u'(t)\,v(t) + u(t)\,v'(t) \\ &= 1{,}75\ \exp(-t) + 1{,}75t\,\big(-\exp(-t)\big) \\ &= 1{,}75\ \exp(-t)\,\big(1-t\big) \\ &= 1{,}75(1-t)\exp(-t) \end{aligned}$$

b. On étudie le signe de $f_2'(t) = 1{,}75(1-t)\exp(-t)$ sur $[0\,;\,10]$.
Comme $\exp(-t) > 0$ et $1{,}75 > 0$, le signe de $f_2'(t)$ est celui de $(1-t)$.

- Si $t < 1$: $(1-t) > 0$, donc $f_2'(t) > 0$: f_2 est croissante.
- Si $t = 1$: $f_2'(1) = 0$.
- Si $t > 1$: $(1-t) < 0$, donc $f_2'(t) < 0$: f_2 est décroissante.

On calcule les valeurs aux bornes et au maximum :

- $f_2(0) = 1{,}75 \times 0 \times \exp(0) = 0$
- $f_2(1) = 1{,}75 \times 1 \times \exp(-1) = 1{,}75 \times \exp(-1) \approx 0{,}64$
- $f_2(10) = 1{,}75 \times 10 \times \exp(-10) \approx 0$

t	0		1		10
$f_2'(t)$		$+$	0	$-$	
$f_2(t)$	0	$\nearrow$	$\approx 0{,}64$	$\searrow$	≈ 0

c. D'après le tableau de variations, f_2 atteint son maximum en $t = 1$.
La proportion de médicament dans le sang est la plus élevée **1 heure** après l'administration par voie orale.

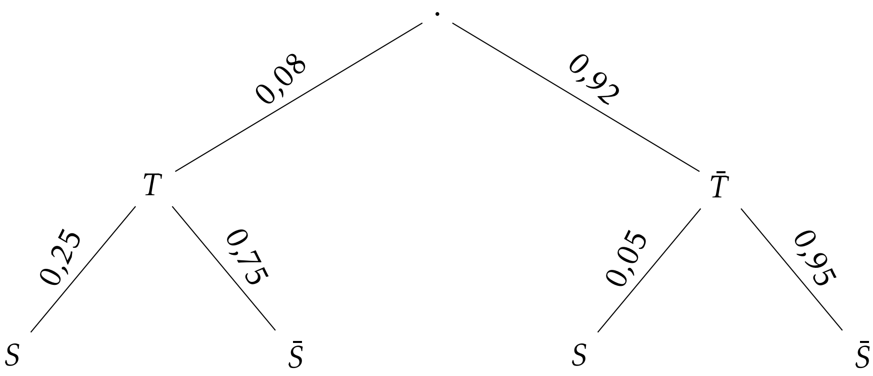
Exercice 3 — Solution — Contrôle qualité

1 Par définition de la probabilité conditionnelle :

$$P_T(S) = \frac{P(T \cap S)}{P(T)} = \frac{0{,}02}{0{,}08} = 0{,}25$$

2 On complète l'arbre avec les probabilités suivantes :

- $P(T) = 0{,}08$, $P(\bar{T}) = 0{,}92$
- $P_T(S) = 0{,}25$, $P_T(\bar{S}) = 0{,}75$
- $P_{\bar{T}}(S) = 0{,}05$, $P_{\bar{T}}(\bar{S}) = 0{,}95$



3 D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
P(\bar{S}) &= P(T) \times P_T(\bar{S}) + P(\bar{T}) \times P_{\bar{T}}(\bar{S}) \\
&= 0{,}08 \times 0{,}75 + 0{,}92 \times 0{,}95 \\
&= 0{,}06 + 0{,}874 \\
&= 0{,}934
\end{aligned}$$

4 a. On identifie les trois situations :

- $X = 0$: le jeu a un défaut de solidité, donc $P(X = 0) = P(S) = 1 - 0{,}934 = 0{,}066$.
- $X = 14$: le jeu n'a aucun défaut, donc $P(X = 14) = P(\bar{T} \cap \bar{S}) = 0{,}92 \times 0{,}95 = 0{,}874$.

- $X = 9$: le jeu a un défaut de peinture mais pas de solidité, donc $P(X = 9) = P(T \cap \bar{S}) = 0{,}08 \times 0{,}75 = 0{,}06$.

Vérification : $0{,}066 + 0{,}874 + 0{,}06 = 1$

x_i	0	9	14
$P(X = x_i)$	0,066	0,06	0,874

b. $P(X > 0) = P(X = 9) + P(X = 14) = 0{,}06 + 0{,}874 = 0{,}934$.
Interprétation : 93,4 % des jeux fabriqués sont mis en vente (ils ne présentent pas de défaut de solidité).

c. L'espérance de X donne le prix de vente moyen :

$$\begin{aligned} E(X) &= 0 \times 0{,}066 + 9 \times 0{,}06 + 14 \times 0{,}874 \\ &= 0 + 0{,}54 + 12{,}236 \\ &= 12{,}776 \end{aligned}$$

Le prix de vente moyen d'un jeu fabriqué par cette entreprise est de **12,78 €**.

d. L'espérance de recettes journalière est :

$$1\,000 \times E(X) = 1\,000 \times 12{,}776 = 12\,776\text{ €}$$

L'entreprise peut espérer un bénéfice quotidien de **12 776 €**.