

# Géométrie et racine carré - Solutions

2nd – décembre 2025

## Exercice 4

## Solution

## Manipulation des racines

1 On cherche à factoriser sous le radical pour faire apparaître  $\sqrt{2}$ .

a.  $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

b.  $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

c.  $\sqrt{162} = \sqrt{81 \times 2} = \sqrt{81} \times \sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

d.  $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

2 On factorise par le plus grand carré parfait possible.

a.  $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$

b.  $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$

c.  $\sqrt{99} = \sqrt{9 \times 11} = 3\sqrt{11}$

d.  $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$

3 On simplifie chaque terme puis on regroupe.

a.  $\sqrt{72} + \sqrt{18} = \sqrt{36 \times 2} + \sqrt{9 \times 2} = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

b.  $\sqrt{27} + \sqrt{108} = \sqrt{9 \times 3} + \sqrt{36 \times 3} = 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

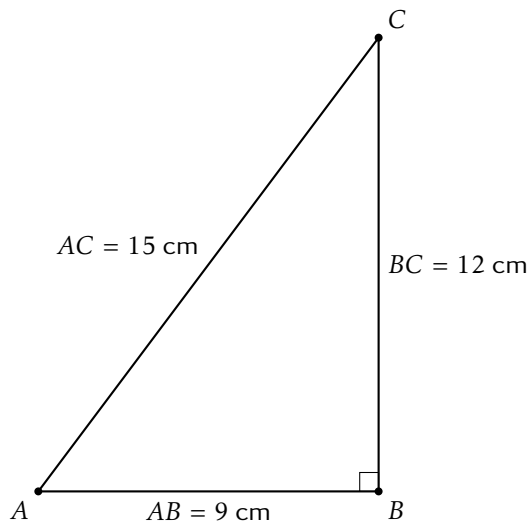
c.  $4\sqrt{80} + 3\sqrt{125} = 4\sqrt{16 \times 5} + 3\sqrt{25 \times 5} = 4 \times 4\sqrt{5} + 3 \times 5\sqrt{5} = 16\sqrt{5} + 15\sqrt{5} = 31\sqrt{5}$

## Exercice 5

## Solution

## Triangle rectangle

1 Croquis du triangle  $ABC$  :



2 On compare  $AC^2$  et  $AB^2 + BC^2$  :

•  $AC^2 = 15^2 = 225$

•  $AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$

Donc  $AC^2 = AB^2 + BC^2$ . D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$ .

3 Le périmètre est :  $\mathcal{P} = AB + BC + AC = 9 + 12 + 15 = 36$  cm.

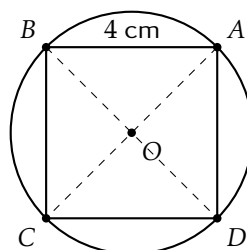
L'aire est :  $\mathcal{A} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{9 \times 12}{2} = \frac{108}{2} = 54$  cm<sup>2</sup>.

## Exercice 6

## Solution

## Carré inscrit

1 Croquis d'un carré  $ABCD$  de centre  $O$  et de côté 4 cm inscrit dans un disque :



2 L'aire du carré est :  $\mathcal{A}_{carr} = 4^2 = 16$  cm<sup>2</sup>.

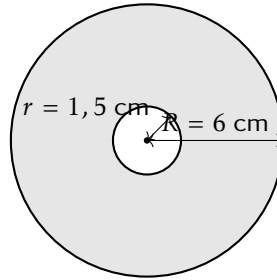
- 3 Le rayon du disque est la distance  $OA$ . Dans le triangle rectangle  $OAB$  (rectangle en  $O$  car les diagonales d'un carré sont perpendiculaires), on a  $OA = OB$  et  $AB = 4$  cm.  
 D'après le théorème de Pythagore :  $AB^2 = OA^2 + OB^2 = 2 \times OA^2$   
 Donc  $OA^2 = \frac{AB^2}{2} = \frac{16}{2} = 8$ , ainsi  $OA = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$  cm.  
 Le rayon du disque est  $r = 2\sqrt{2}$  cm.
- 4 L'aire du disque est :  $A_{\text{disque}} = \pi r^2 = \pi \times (2\sqrt{2})^2 = \pi \times 8 = 8\pi$  cm<sup>2</sup>.
- 5 L'aire du disque qui n'est pas dans le carré est :  $8\pi - 16$  cm<sup>2</sup>.  
 La proportion est :  $\frac{8\pi - 16}{8\pi} = \frac{8(\pi - 2)}{8\pi} = \frac{\pi - 2}{\pi} \approx 0,36$  soit environ 36%.

### Exercice 8

### Solution

### DVD

Le DVD est constitué d'un grand disque de diamètre 12 cm auquel on retire un petit disque central.



D'après la figure, le rayon du grand disque est  $R = 6$  cm et le rayon du trou est  $r = 1,5$  cm.  
 L'aire du DVD est :

$$\begin{aligned} A_{DVD} &= A_{\text{grand}} - A_{\text{trou}} \\ &= \pi R^2 - \pi r^2 \\ &= \pi \times 6^2 - \pi \times 1,5^2 \\ &= 36\pi - 2,25\pi \\ &= 33,75\pi \text{ cm}^2 \\ &\approx 106 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

### Exercice 9

### Solution

### Terrain de sport

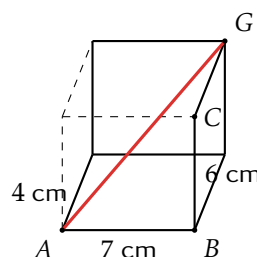
- 1 Notons  $r$  le rayon des demi-cercles (qui correspond à la largeur du terrain).  
 Le périmètre de la piste est :  $2 \times 80 + 2 \times \pi r = 400$   
 Donc  $160 + 2\pi r = 400$ , ainsi  $2\pi r = 240$  et  $r = \frac{240}{2\pi} = \frac{120}{\pi}$  m.  
 La largeur du terrain est  $\frac{120}{\pi} \approx 38,2$  m.
- 2 L'aire du terrain est composée d'un rectangle de dimensions  $80 \times \frac{120}{\pi}$  et de deux demi-disques de rayon  $\frac{120}{\pi}$  (soit un disque complet).

$$\begin{aligned} A_{\text{terrain}} &= 80 \times \frac{120}{\pi} + \pi \times \left(\frac{120}{\pi}\right)^2 \\ &= \frac{9600}{\pi} + \pi \times \frac{14400}{\pi^2} \\ &= \frac{9600}{\pi} + \frac{14400}{\pi} \\ &= \frac{24000}{\pi} \text{ m}^2 \\ &\approx 7639 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

### Exercice 10

### Solution

### Pavé droit



On applique le théorème de Pythagore deux fois.

Étape 1 : Dans le triangle  $ABC$  rectangle en  $B$  :

$$\begin{aligned}AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 7^2 + 6^2 \\ &= 49 + 36 \\ &= 85\end{aligned}$$

Donc  $AC = \sqrt{85}$  cm.

Étape 2 : Dans le triangle  $ACG$  rectangle en  $C$  (car  $ABCDEFGH$  est un pavé droit) :

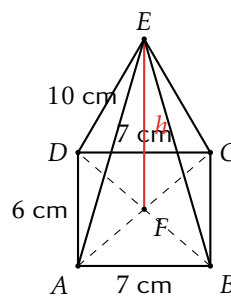
$$\begin{aligned}AG^2 &= AC^2 + CG^2 \\ &= 85 + 4^2 \\ &= 85 + 16 \\ &= 101\end{aligned}$$

Donc  $AG = \sqrt{101}$  cm  $\approx 10,05$  cm.

### Exercice 11

### Solution

### Terrain de sport



La hauteur de la pyramide passe par le centre  $F$  du rectangle  $ABCD$ .

Étape 1 : Calculons  $AC$ , la diagonale du rectangle  $ABCD$ .

Dans le triangle  $ABC$  rectangle en  $B$  :

$$\begin{aligned}AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 7^2 + 6^2 \\ &= 49 + 36 \\ &= 85\end{aligned}$$

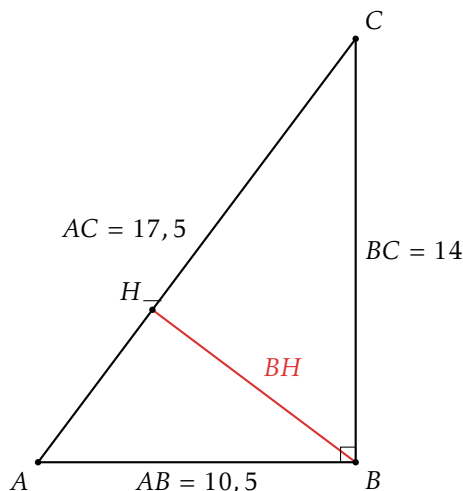
Donc  $AC = \sqrt{85}$  cm.

Étape 2 : Le point  $F$  est le milieu de  $[AC]$ , donc  $AF = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{85}}{2}$  cm.

Étape 3 : Dans le triangle  $AFE$  rectangle en  $F$  :

$$\begin{aligned}AE^2 &= AF^2 + FE^2 \\ 10^2 &= \left(\frac{\sqrt{85}}{2}\right)^2 + FE^2 \\ 100 &= \frac{85}{4} + FE^2 \\ FE^2 &= 100 - \frac{85}{4} = \frac{400 - 85}{4} = \frac{315}{4}\end{aligned}$$

Donc  $FE = \sqrt{\frac{315}{4}} = \frac{\sqrt{315}}{2} = \frac{3\sqrt{35}}{2}$  cm  $\approx 8,87$  cm.



1 On compare  $AC^2$  et  $AB^2 + BC^2$  :

- $AC^2 = 17,5^2 = 306,25$
- $AB^2 + BC^2 = 10,5^2 + 14^2 = 110,25 + 196 = 306,25$

Donc  $AC^2 = AB^2 + BC^2$ . D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$ .

2 Première façon : Le triangle est rectangle en  $B$ , donc :

$$A = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{10,5 \times 14}{2} = \frac{147}{2} = 73,5$$

Deuxième façon : En prenant  $AC$  comme base et  $BH$  comme hauteur :

$$A = \frac{AC \times BH}{2} = \frac{17,5 \times BH}{2}$$

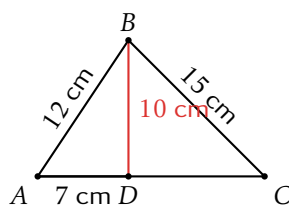
3 Les deux expressions de l'aire sont égales :

$$\frac{17,5 \times BH}{2} = 73,5$$

$$17,5 \times BH = 147$$

$$BH = \frac{147}{17,5} = \frac{147}{\frac{35}{2}} = \frac{147 \times 2}{35} = \frac{294}{35} = \frac{42}{5} = 8,4$$

Donc  $BH = 8,4$  cm.



Pour que  $D$  soit le projeté orthogonal de  $B$  sur  $(AC)$ , il faut que  $(BD) \perp (AC)$ , c'est-à-dire que le triangle  $ABD$  soit rectangle en  $D$ .

Vérifions avec le théorème de Pythagore :

- $AB^2 = 12^2 = 144$
- $AD^2 + BD^2 = 7^2 + 10^2 = 49 + 100 = 149$

On constate que  $AB^2 \neq AD^2 + BD^2$ .

Donc le triangle  $ABD$  n'est pas rectangle en  $D$ , et par conséquent  $D$  n'est pas le projeté orthogonal de  $B$  sur  $(AC)$ .