Probabilités - Solutions

2nd – janvier 2026

Exercice 1 — Solution — Jeu avantageux

L'univers de cette expérience contient 36 issues équiprobables (6 résultats pour le premier dé et 6 pour le second).

Règle 1: On gagne si la somme vaut 6, 7 ou 8.
Les issues favorables sont:

- Somme = 6: (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1) soit 5 issues
- Somme = 7: (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) soit 6 issues
- Somme = 8: (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2) soit 5 issues

Au total: 16 issues favorables. Donc $P(\text{gagner}) = \dfrac{16}{36} = \dfrac{4}{9} \approx 0{,}44$.

Règle 2: On gagne si le produit est pair.
Le produit est pair si au moins un des deux dés donne un nombre pair.
Il est plus simple de calculer la probabilité du contraire: le produit est impair si les deux dés donnent un nombre impair.
Il y a 3 nombres impairs sur chaque dé $(1, 3, 5)$, donc $3 \times 3 = 9$ issues donnant un produit impair.
Ainsi, il y a $36 - 9 = 27$ issues donnant un produit pair.
Donc $P(\text{gagner}) = \dfrac{27}{36} = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$.

Conclusion: La règle 2 est plus avantageuse car $\dfrac{3}{4} > \dfrac{4}{9}$.

Exercice 2 — Solution — Feu de circulation

1. L'expérience aléatoire consiste à arriver à un feu de circulation et observer sa couleur.
   L'univers est $\Omega = \{\text{Vert}, \text{Orange fixe}, \text{Rouge}, \text{Orange clignotant}\}$.
   Les issues sont les 4 couleurs possibles du feu.
2. Non, cette situation ne peut pas être modélisée avec une loi équiprobable car les probabilités des différentes issues ne sont pas égales (par exemple $0{,}55 \neq 0{,}05$).
3. Sonia doit s'arrêter si le feu est orange fixe ou rouge.
   Donc $P(\text{s'arrêter}) = P(\text{Orange fixe}) + P(\text{Rouge}) = 0{,}05 + 0{,}395 = 0{,}445$.
4. La couleur orange correspond à deux issues: orange fixe et orange clignotant.
   Donc $P(\text{Orange}) = P(\text{Orange fixe}) + P(\text{Orange clignotant}) = 0{,}05 + 0{,}005 = 0{,}055$.

Exercice 3 — Solution — Étranges poissons

1. L'expérience aléatoire consiste à pêcher un poisson au hasard dans l'étang.
   L'univers est l'ensemble des 198 poissons de l'étang. Chaque poisson est une issue.
   On peut modéliser cette situation avec une loi équiprobable car tous les poissons se jettent avec la même vigueur sur l'appât, donc chaque poisson a la même probabilité d'être pêché.
2. Calcul des probabilités:
   - $P(A) = \dfrac{94}{198} \approx 0{,}5$
   - $P(B) = \dfrac{64}{198} \approx 0{,}3$
   - $P(C) = \dfrac{50}{198} \approx 0{,}3$
   - $P(D) = \dfrac{0}{198} = 0$ (il n'y a pas de poisson rouge dans l'étang)
3. Si on pêche uniquement parmi les poissons à nageoires, l'univers se réduit aux 74 poissons à nageoires.
   Parmi eux, 20 sont verts.
   Donc $P(\text{vert}) = \dfrac{20}{74} = \dfrac{10}{37} \approx 0{,}27$.

Exercice 4 — Solution — Lettre de son prénom

1. **Hugo** dispose des lettres H, U, G, O.
   a. L'arbre complété donne:
      - Première lettre H: HU, HG, HO
      - Première lettre U: UH, UG, UO
      - Première lettre G: GH, GU, GO
      - Première lettre O: OH, OU, OG

   b. Les issues sont tous les mots de deux lettres possibles: HU, HG, HO, UH, UG, UO, GH, GU, GO, OH, OU, OG.
   c. Il y a 12 issues. Elles sont équiprobables car chaque jeton a la même probabilité d'être tiré à chaque étape.

d. Les voyelles sont U et O. Les mots contenant deux voyelles sont: UO et OU.
Donc $P(\text{deux voyelles}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

2 **Sara** dispose des lettres S, A, R, A. Attention, il y a deux A.

a. L'arbre de Sara donne:
- Première lettre S: SA, SR, SA
- Première lettre A: AS, AR, AA
- Première lettre R: RS, RA, RA
- Première lettre A: AS, AR, AA

b. Les issues sont: SA, SR, AS, AR, AA, RS, RA.
Remarque: certains mots apparaissent plusieurs fois dans l'arbre mais ne comptent qu'une seule fois comme issue.

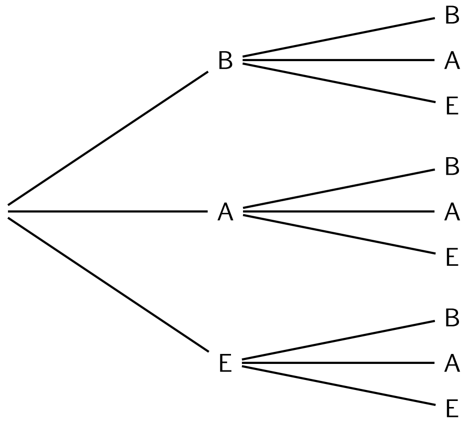
c. Il y a 7 issues distinctes. Elles ne sont pas équiprobables car certaines peuvent être obtenues de plusieurs façons (par exemple AA peut être obtenu en tirant le premier A puis le second, ou le second puis le premier).

d. Les mots contenant au moins un A sont: SA, AS, AR, AA, RA, soit 5 mots sur 7.
Cependant, pour calculer la probabilité correctement, il faut compter dans l'arbre: sur les 12 branches, 9 contiennent au moins un A.
Donc $P(\text{au moins un A}) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

Exercice 5 — Solution — Jeu vidéo

On note E pour épée, A pour arc et B pour baguette.

1 L'arbre des possibles:



2 Les issues possibles sont: EE, EA, EB, AE, AA, AB, BE, BA, BB.
Loi de probabilité:

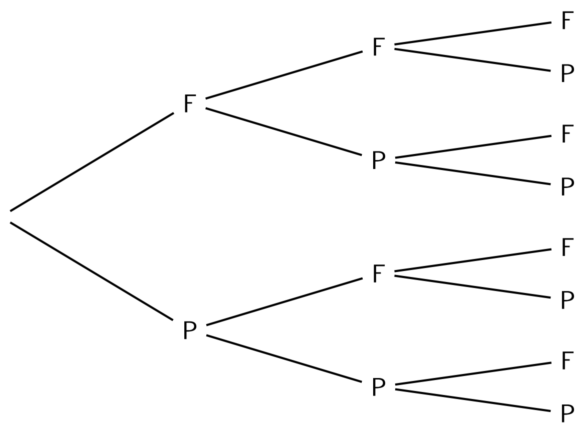
Issue	EE	EA	EB	AE	AA	AB	BE	BA	BB
Probabilité	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

3 L'événement "je commence avec une épée et mon ami avec un arc" correspond à l'issue EA.
Donc $P(\text{EA}) = \frac{1}{9}$.

4 L'événement "mon ami ou moi commence avec une baguette" correspond aux issues: EB, AB, BB, BE, BA.
Donc $P(\text{au moins une baguette}) = \frac{5}{9}$.

Exercice 6 — Solution — La pièce

1 L'arbre des possibles:



2 L'événement "trois piles" correspond à l'issue PPP.

Il y a 8 issues équiprobables au total, donc $P(\text{trois piles}) = \frac{1}{8}$.

3 L'événement "deux piles" correspond aux issues: PPF, PFP, FPP.

Donc $P(\text{deux piles}) = \frac{3}{8}$.

4 On compte le nombre de piles obtenus. Les valeurs possibles sont 0, 1, 2 ou 3.

- 0 pile: issue FFF, donc $P(0) = \frac{1}{8}$
- 1 pile: issues PFF, FPF, FFP, donc $P(1) = \frac{3}{8}$
- 2 piles: issues PPF, PFP, FPP, donc $P(2) = \frac{3}{8}$
- 3 piles: issue PPP, donc $P(3) = \frac{1}{8}$

Loi de probabilité:

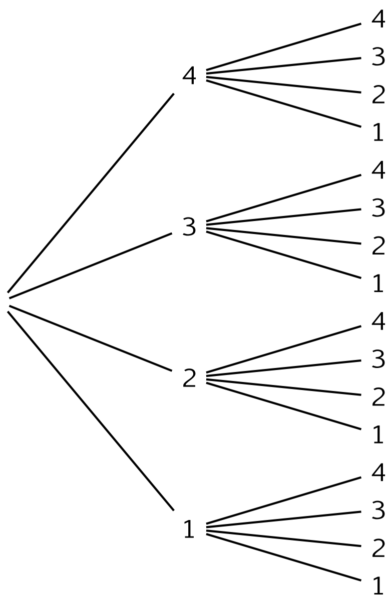
Nombre de piles	0	1	2	3
Probabilité	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

5 Non, cette expérience n'est pas modélisable par une loi équiprobable car les probabilités ne sont pas toutes égales (par exemple $P(1) = \frac{3}{8} \neq \frac{1}{8} = P(0)$).

Exercice 7 — Solution — Lancés de dés

1 On regarde les deux nombres obtenus.

a. L'arbre des possibles:



Les issues sont: (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4).

b. Il y a 16 issues équiprobables.

Issue	(1,1)	(1,2)	...	(4,4)
Probabilité	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	...	$\frac{1}{16}$

c. $A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$

d. $P(A) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

2 On regarde la somme des deux nombres.

a. Les sommes possibles vont de 2 à 8. Comptons les issues pour chaque somme:

- Somme = 2: (1,1) soit 1 issue
- Somme = 3: (1,2), (2,1) soit 2 issues
- Somme = 4: (1,3), (2,2), (3,1) soit 3 issues
- Somme = 5: (1,4), (2,3), (3,2), (4,1) soit 4 issues
- Somme = 6: (2,4), (3,3), (4,2) soit 3 issues

- Somme = 7: (3,4), (4,3) soit 2 issues
- Somme = 8: (4,4) soit 1 issue

Somme	2	3	4	5	6	7	8
Probabilité	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

b. $B = \{6, 7, 8\}$

c. $P(B) = \frac{3}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$