

Factorisation - Solutions

2nd – janvier 2026

Exercice 1

Solution

Factorisation simple

1 Les égalités sont :

$$4x^2 + 4x = 4x(x + 1)$$

$$48x + 9x^2 = x(48 + 9x)$$

$$6x^2 - 4x = 2x(3x - 2)$$

2 Factorisations :

$$A = 3x^2 + 4x = x(3x + 4)$$

$$B = 8x + 4x^2 = 4x(2 + x)$$

$$C = 4x^2 - 12x = 4x(x - 3)$$

$$D = x^2 + x = x(x + 1)$$

$$E = 5x^2 - 10x = 5x(x - 2)$$

$$F = 6x + 9x^2 = 3x(2 + 3x)$$

$$G = 7x^2 + 14x = 7x(x + 2)$$

Exercice 2

Solution

Factorisation simple - suite

1 $A = 2x^2 + 6x = 2x(x + 3)$

$$B = 15x - 5x^2 = 5x(3 - x)$$

$$C = 9x^2 + 3x = 3x(3x + 1)$$

$$D = 8x - 12x^2 = 4x(2 - 3x)$$

2 $E = 3(x + 2) + x(x + 2) = (x + 2)(3 + x)$

$$F = 5(2x - 1) + 2x(2x - 1) = (2x - 1)(5 + 2x)$$

$$G = x(x + 3) + 4(x + 3) = (x + 3)(x + 4)$$

$$H = 2(3x - 2) - 2x(3x - 2) = (3x - 2)(2 - 2x)$$

3 $I = (5x - 1)(x + 2) + (5x - 1)(3x - 4) = (5x - 1)(x + 2 + 3x - 4) = (5x - 1)(4x - 2)$

$$J = (2x + 3)(4x - 1) + (7x + 2)(2x + 3) = (2x + 3)(4x - 1 + 7x + 2) = (2x + 3)(11x + 1)$$

$$K = (x - 5)(2x + 1) - (x - 5)(x + 3) = (x - 5)(2x + 1 - x - 3) = (x - 5)(x - 2)$$

$$L = (4x + 1)(x - 2) - (3x - 5)(4x + 1) = (4x + 1)(x - 2 - 3x + 5) = (4x + 1)(-2x + 3)$$

Exercice 3

Solution

Identités remarquables - 1

1 Les égalités sont :

$$4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$$

$$64x^2 - 48x + 9 = (8x - 3)^2$$

$$36x^2 + 60x + 25 = (6x + 5)^2$$

$$36x^2 - 60x + 25 = (6x - 5)^2$$

2 On reconnaît l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ou $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Pour factoriser, on identifie a^2 et b^2 (les carrés parfaits), puis on vérifie que le terme du milieu est bien $2ab$.

3 Factorisations :

$$A = 25x^2 + 20x + 4 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 2 + 2^2 = (5x + 2)^2 \text{ avec } a = 5x \text{ et } b = 2$$

$$B = 16x^2 + 40x + 25 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 5 + 5^2 = (4x + 5)^2 \text{ avec } a = 4x \text{ et } b = 5$$

$$C = 25x^2 - 20x + 4 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2 = (5x - 2)^2 \text{ avec } a = 5x \text{ et } b = 2$$

$$D = 49x^2 + 112x + 64 = (7x)^2 + 2 \times 7x \times 8 + 8^2 = (7x + 8)^2 \text{ avec } a = 7x \text{ et } b = 8$$

1 Les égalités sont :

$$4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$$

$$64x^2 - 16 = (8x - 4)(8x + 4)$$

$$49x^2 - 81 = (7x + 9)(7x - 9)$$

$$36 - 9x^2 = (6 - 3x)(6 + 3x)$$

2 On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

Pour factoriser, on identifie a^2 et b^2 (les deux carrés parfaits), puis on applique la formule.

3 Factorisations :

$$A = 4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3) \text{ avec } a = 2x \text{ et } b = 3$$

$$B = 9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2 = (3x - 5)(3x + 5) \text{ avec } a = 3x \text{ et } b = 5$$

$$C = 64x^2 - 1 = (8x)^2 - 1^2 = (8x - 1)(8x + 1) \text{ avec } a = 8x \text{ et } b = 1$$

$$D = x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4) \text{ avec } a = x \text{ et } b = 4$$

Exercice 5

Solution

Factorisations avec identités remarquables

1 $A = x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x + 3)^2$ avec $a = x$ et $b = 3$

$$B = x^2 - 8x + 16 = x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2 = (x - 4)^2 \text{ avec } a = x \text{ et } b = 4$$

$$C = 9x^2 - 4 = (3x)^2 - 2^2 = (3x - 2)(3x + 2) \text{ avec } a = 3x \text{ et } b = 2$$

$$D = 25x^2 + 30x + 9 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 3 + 3^2 = (5x + 3)^2 \text{ avec } a = 5x \text{ et } b = 3$$

$$E = 16x^2 - 24x + 9 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2 = (4x - 3)^2 \text{ avec } a = 4x \text{ et } b = 3$$

$$F = 49x^2 - 16 = (7x)^2 - 4^2 = (7x - 4)(7x + 4) \text{ avec } a = 7x \text{ et } b = 4$$

$$G = 100x^2 + 60x + 9 = (10x)^2 + 2 \times 10x \times 3 + 3^2 = (10x + 3)^2 \text{ avec } a = 10x \text{ et } b = 3$$

$$H = 4x^2 - 36 = 4(x^2 - 9) = 4(x^2 - 3^2) = 4(x - 3)(x + 3) \text{ avec } a = x \text{ et } b = 3$$

2 $E = 9 + 16x^2 - 24x = 16x^2 - 24x + 9 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2 = (4x - 3)^2$ avec $a = 4x$ et $b = 3$

$$F = 25 - 4x^2 = 5^2 - (2x)^2 = (5 - 2x)(5 + 2x) \text{ avec } a = 5 \text{ et } b = 2x$$

$$G = 60x + 100x^2 + 9 = 100x^2 + 60x + 9 = (10x)^2 + 2 \times 10x \times 3 + 3^2 = (10x + 3)^2 \text{ avec } a = 10x \text{ et } b = 3$$

$$H = -36 + 49x^2 = 49x^2 - 36 = (7x)^2 - 6^2 = (7x - 6)(7x + 6) \text{ avec } a = 7x \text{ et } b = 6$$

3 $I = 9x^2 - 12x + 4 - (x + 1)^2 = (3x - 2)^2 - (x + 1)^2$ avec $a = 3x - 2$ et $b = x + 1$

$$= (3x - 2 - x - 1)(3x - 2 + x + 1) = (2x - 3)(4x - 1)$$

$$J = (2x + 3)^2 - 16 = (2x + 3)^2 - 4^2 \text{ avec } a = 2x + 3 \text{ et } b = 4$$

$$= (2x + 3 - 4)(2x + 3 + 4) = (2x - 1)(2x + 7)$$

$$K = 4(x - 1)^2 - 9(x + 2)^2 = [2(x - 1)]^2 - [3(x + 2)]^2 \text{ avec } a = 2(x - 1) \text{ et } b = 3(x + 2)$$

$$= (2x - 2 - 3x - 6)(2x - 2 + 3x + 6) = (-x - 8)(5x + 4)$$

$$L = x^4 - 16 = (x^2)^2 - 4^2 \text{ avec } a = x^2 \text{ et } b = 4$$

$$= (x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x^2 - 2^2)(x^2 + 4) = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$$

Exercice 6

Solution

Factorisations mêlées

$$A = 4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = (2x + 1)^2 \text{ avec } a = 2x \text{ et } b = 1$$

$$B = 16x^2 - 1 = (4x)^2 - 1^2 = (4x - 1)(4x + 1) \text{ avec } a = 4x \text{ et } b = 1$$

$$C = x^2 - 4x + 4 = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2 = (x - 2)^2 \text{ avec } a = x \text{ et } b = 2$$

$$D = x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x + 5)^2 \text{ avec } a = x \text{ et } b = 5$$

$$E = 121x - 22x + 1 = 99x + 1 \text{ (non factorisable)}$$

$$F = 81 + x^2 \text{ (non factorisable : somme de carrés)}$$

$$G = 4x^2 + 49 \text{ (non factorisable : somme de carrés)}$$

$$H = 64 - x^2 = 8^2 - x^2 = (8 - x)(8 + x) \text{ avec } a = 8 \text{ et } b = x$$

- a) $(2x + 1)(x - 2) = 0$
 $2x + 1 = 0$ ou $x - 2 = 0$
 $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = 2$
 $S = \left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}$
- b) $(4x - 2)^2 = 0$
 $4x - 2 = 0$
 $x = \frac{1}{2}$
 $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$
- c) $16x^2 - 1 = 0$
 $(4x)^2 - 1^2 = 0$ avec $a = 4x$ et $b = 1$
 $(4x - 1)(4x + 1) = 0$
 $x = \frac{1}{4}$ ou $x = -\frac{1}{4}$
 $S = \left\{-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right\}$
- d) $4x^2 + 4x + 1 = 0$
 $(2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = 0$ avec $a = 2x$ et $b = 1$
 $(2x + 1)^2 = 0$
 $x = -\frac{1}{2}$
 $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$
- e) $9x^2 - 6x + 1 = 0$
 $(3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = 0$ avec $a = 3x$ et $b = 1$
 $(3x - 1)^2 = 0$
 $x = \frac{1}{3}$
 $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$
- f) $x^2 - 16 = 0$
 $x^2 - 4^2 = 0$ avec $a = x$ et $b = 4$
 $(x - 4)(x + 4) = 0$
 $x = 4$ ou $x = -4$
 $S = \{-4; 4\}$
- g) $x^2 - \frac{1}{4} = 0$
 $x^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0$ avec $a = x$ et $b = \frac{1}{2}$
 $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0$
 $x = \frac{1}{2}$ ou $x = -\frac{1}{2}$
 $S = \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$

- a) $(2x + 1)(x - 3) > 0$
 Tableau de signes :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	
$2x + 1$	-	0	+	+	
$x - 3$	-	-	0	+	
$(2x + 1)(x - 3)$	+	0	-	0	+

$$S =]-\infty; -\frac{1}{2}[\cup]3; +\infty[$$

- b) $10x^2 - 1 < 0$
 $(\sqrt{10x})^2 - 1^2 < 0$ avec $a = \sqrt{10x}$ et $b = 1$
 $(\sqrt{10x} - 1)(\sqrt{10x} + 1) < 0$
 Tableau de signes :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	$+\infty$	
$10x^2 - 1$	+	0	-	0	+

$$S = \left] -\frac{1}{\sqrt{10}}; \frac{1}{\sqrt{10}} \right[$$

- c) $4x^2 - 12x + 9 \leq 0$
 $(2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 \leq 0$ avec $a = 2x$ et $b = 3$
 $(2x - 3)^2 \leq 0$

Un carré est toujours positif, donc $(2x - 3)^2 = 0$ uniquement pour $x = \frac{3}{2}$

$$S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

- d) $121 - x^2 > 0$
 $11^2 - x^2 > 0$ avec $a = 11$ et $b = x$
 $(11 - x)(11 + x) > 0$
 Tableau de signes :

x	$-\infty$	-11	11	$+\infty$	
$11 - x$	+	0	+	0	-
$11 + x$	-	0	+	+	+
$(11 - x)(11 + x)$	-	0	+	0	-

$$S =] -11; 11[$$

Exercice 9

Solution

Simplification de fraction

$$A = \frac{x^2 + x}{x} = \frac{x(x+1)}{x} = x + 1 \text{ pour } x \neq 0$$

$$B = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$= \frac{x^2 - 1^2}{x - 1} \text{ avec } a = x \text{ et } b = 1$$

$$= \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x + 1 \text{ pour } x \neq 1$$

$$C = \frac{4x^2 - 28x + 49}{2x + 7}$$

$$= \frac{(2x)^2 - 2 \times 2x \times 7 + 7^2}{2x + 7} \text{ avec } a = 2x \text{ et } b = 7$$

$$= \frac{(2x - 7)^2}{2x + 7} \text{ pour } x \neq -\frac{7}{2}$$

(non simplifiable)

$$D = \frac{36 - x^2}{x - 6}$$

$$= \frac{6^2 - x^2}{x - 6} \text{ avec } a = 6 \text{ et } b = x$$

$$= \frac{(6-x)(6+x)}{x-6} = \frac{-(x-6)(6+x)}{x-6}$$

$$= -(6+x) = -6 - x \text{ pour } x \neq 6$$

$$E = \frac{9x^2 + 6x}{3x} = \frac{3x(3x+2)}{3x} = 3x + 2 \text{ pour } x \neq 0$$

$$F = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$$

$$= \frac{x^2 - 3^2}{x + 3} \text{ avec } a = x \text{ et } b = 3$$

$$= \frac{(x-3)(x+3)}{x+3} = x - 3 \text{ pour } x \neq -3$$

$$\begin{aligned} G &= \frac{16x^2 - 8x + 1}{4x - 1} \\ &= \frac{(4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2}{4x - 1} \text{ avec } a = 4x \text{ et } b = 1 \\ &= \frac{(4x - 1)^2}{4x - 1} = 4x - 1 \text{ pour } x \neq \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H &= \frac{25 - x^2}{5 + x} \\ &= \frac{5^2 - x^2}{5 + x} \text{ avec } a = 5 \text{ et } b = x \\ &= \frac{(5 - x)(5 + x)}{5 + x} = 5 - x \text{ pour } x \neq -5 \end{aligned}$$