Géométrie repérée - Solutions

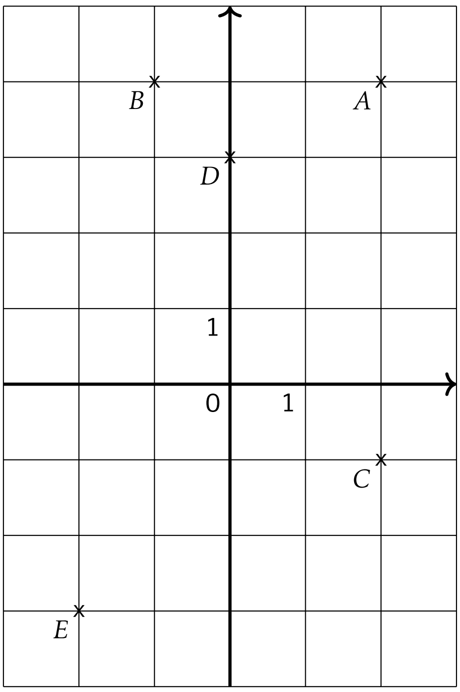
2nd – janvier 2026

Attention – Document généré par IA

Ce document a été essentiellement généré par une intelligence artificielle (LLM) et relu dans les grandes lignes. Des erreurs, des approximations ou des méthodes inhabituelles peuvent être présentes.

Restez critique face au contenu proposé et ne le considérez pas comme une vérité absolue.

Exercice 1 — Solution — Milieu d'un segment



1

2 Coordonnées des milieux :

a. W milieu de $[AB]$: $W\left(\dfrac{2+(-1)}{2}; \dfrac{4+4}{2}\right) = W\left(\dfrac{1}{2}; 4\right)$

b. X milieu de $[AC]$: $X\left(\dfrac{2+2}{2}; \dfrac{4+(-1)}{2}\right) = X\left(2; \dfrac{3}{2}\right)$

c. Y milieu de $[AD]$: $Y\left(\dfrac{2+0}{2}; \dfrac{4+3}{2}\right) = Y\left(1; \dfrac{7}{2}\right)$

d. Z milieu de $[BE]$: $Z\left(\dfrac{-1+(-2)}{2}; \dfrac{4+(-3)}{2}\right) = Z\left(-\dfrac{3}{2}; \dfrac{1}{2}\right)$

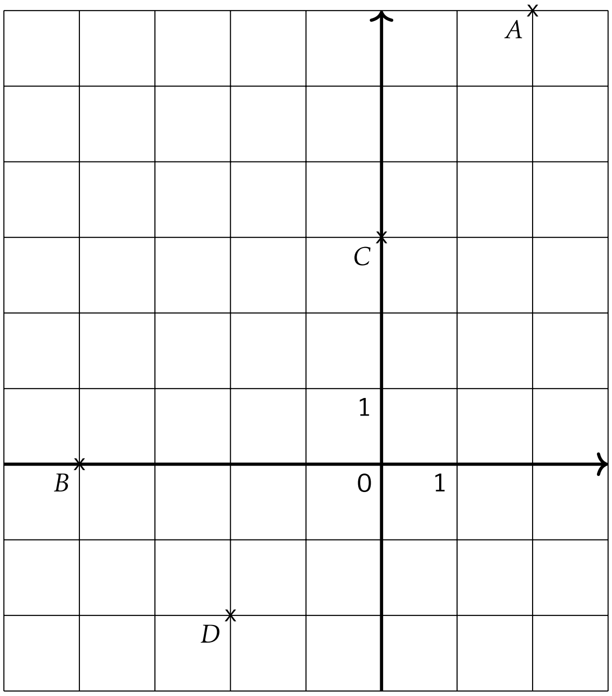
3 Pour calculer les coordonnées du milieu d'un segment $[MN]$, on calcule la moyenne des abscisses et la moyenne des ordonnées :

$$x_{\text{milieu}} = \frac{x_M + x_N}{2} \qquad \text{et} \qquad y_{\text{milieu}} = \frac{y_M + y_N}{2}$$

4 Milieu de $[MN]$ avec $M(456; 289)$ et $N(251; -20)$:

$$x = \frac{456+251}{2} = \frac{707}{2} = 353{,}5 \qquad y = \frac{289+(-20)}{2} = \frac{269}{2} = 134{,}5$$

Le milieu a pour coordonnées $(353{,}5; 134{,}5)$.



1 Coordonnées du milieu du segment $[AB]$

$$x = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + (-4)}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \qquad y = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{6 + 0}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Les coordonnées du milieu sont $(-1; 3)$

2 Coordonnées du milieu du segment $[CD]$

$$x = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{0 + (-2)}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \qquad y = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2}$$

Les coordonnées du milieu sont $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$

3 Coordonnées du milieu du segment $[AD]$

$$x = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{2 + (-2)}{2} = 0 \qquad y = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{6 + (-2)}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Les coordonnées du milieu sont $(0; 2)$

4 Coordonnées du milieu du segment $[CE]$

$$x = \frac{x_C + x_E}{2} = \frac{0 + 23}{2} = 11.5 \qquad y = \frac{y_C + y_E}{2} = \frac{3 + 95}{2} = 49$$

Les coordonnées du milieu sont $(11.5; 49)$

5 Coordonnées du milieu du segment $[EA]$

$$x = \frac{x_A + x_E}{2} = \frac{2 + 23}{2} = 25 \qquad y = \frac{y_A + y_E}{2} = \frac{6 + 95}{2} = 50.5$$

Les coordonnées du milieu sont $(25; 50.5)$

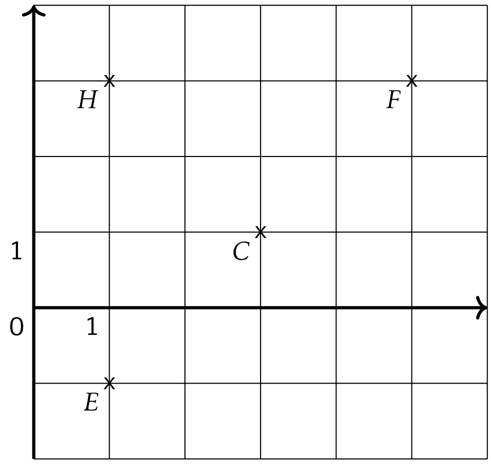
6 Coordonnées du milieu du segment $[EB]$

$$x = \frac{x_B + x_E}{2} = \frac{-4 + 23}{2} = 9.5 \qquad y = \frac{y_B + y_E}{2} = \frac{0 + 95}{2} = 47.5$$

Les coordonnées du milieu sont $(9.5; 47.5)$

Exercice 3 Solution Exercice technique

1



2 **On sait que** $E(1;-1)$, $F(5;3)$ et que $C(3;1)$
Or le milieu du segment $[EF]$ se calcule de la manière suivante

$$x = \frac{x_E + x_F}{2} = \frac{1+5}{2} = 3 \qquad y = \frac{y_E + y_F}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1$$

Donc C est bien le milieu du segment $[EF]$.

3 On note $(x_G; y_G)$ les coordonnées du point G.
On sait que C est le milieu de HG
Or d'après la formule du milieu

$$\begin{aligned} x_C &= \frac{x_H + x_G}{2} \\ 3 &= \frac{1 + x_G}{2} \\ 6 &= 1 + x_G \\ 5 &= x_G \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y_C &= \frac{y_H + y_G}{2} \\ 1 &= \frac{3 + y_G}{2} \\ 2 &= 3 + y_G \\ -1 &= y_G \end{aligned}$$

Donc $G(5;-1)$

4 On sait que C est le milieu des diagonales de $EGFH$
Or un quadrilatère qui a ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme.
Donc $EGFH$ est un parallélogramme.
Remarque : On voit que c'est aussi un carré mais il faudrait encore du travail pour démontrer que c'en est un.

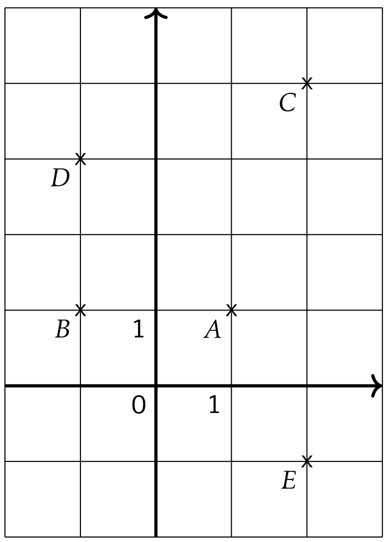
Exercice 4 — Solution — Distance sur une droite

1 Pour $x_A = 2$ et $x_B = 9$: La distance $AB = 9 - 2 = 7$ ou $AB = |x_B - x_A| = |9 - 2| = 7$
2 Pour $x_A = 58$ et $x_B = 9$: La distance $AB = 58 - 9 = 49$ ou $AB = |x_A - x_B| = |58 - 9| = 49$
3 Pour $x_A = 3$ et $x_B = -2$: La distance $AB = 3 - (-2) = 5$ ou $AB = |x_A - x_B| = |3 - (-2)| = 5$
4 Quelle que soit la position de A et B sur la droite, la distance entre A et B est :

$$AB = |x_B - x_A| = |x_A - x_B|$$

La valeur absolue permet d'obtenir toujours une distance positive, quel que soit l'ordre des points.

Exercice 5 — Solution — Distance entre deux points

1 

2 Calcul des distances :

a. AB : Les points sont sur la même horizontale, donc $AB = |1-(-1)| = 2$

b. BD : Les points sont sur la même verticale, donc $BD = |3-1| = 2$

c. DE : Les points sont sur la même verticale, donc $DE = |3-(-1)| = 4$

3 Calcul de la longueur AC :

a. Le point P est le projeté orthogonal de C sur (AB). Comme (AB) est horizontale, P a la même abscisse que C et la même ordonnée que A : $P(2;1)$.

b. Le triangle APC est rectangle en P (par définition du projeté orthogonal).

c. $AP = |2-1| = 1$ et $CP = |4-1| = 3$

d. D'après le théorème de Pythagore dans le triangle APC rectangle en P :

$$AC = \sqrt{AP^2 + CP^2} = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

4 Calcul des autres distances :

a. BC : Projeté orthogonal $P(2;1)$, $BP = |2-(-1)| = 3$, $CP = |4-1| = 3$

$$BC = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

b. EA : Projeté orthogonal $P(1;-1)$, $EP = |2-1| = 1$, $PA = |-1-1| = 2$

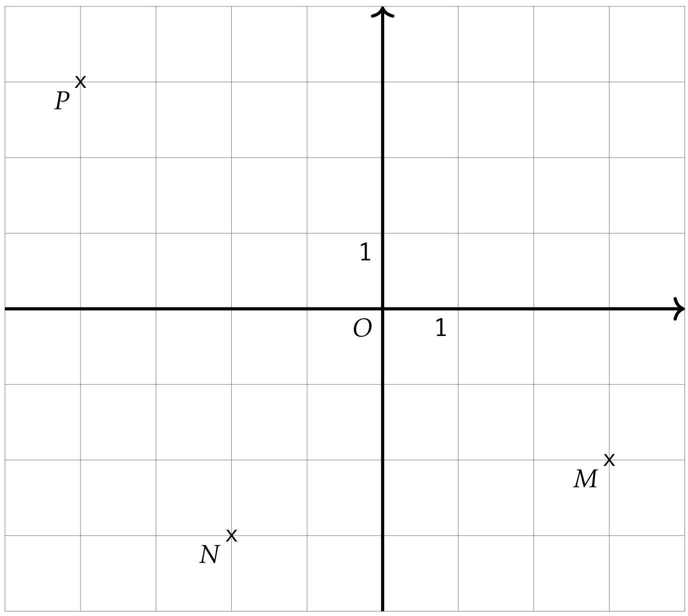
$$EA = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$$

c. DA : Projeté orthogonal $P(1;3)$, $DP = |1-(-1)| = 2$, $PA = |3-1| = 2$

$$DA = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Exercice 7 — Solution — Exercice technique

1



2 Distance MN

$$MN = \sqrt{(3-(-2))^2 + (-2-(-3))^2} = \sqrt{5^2+1^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

Distance MP

$$MP = \sqrt{(3-(-4))^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{7^2+(-5)^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74}$$

Distance NP

$$NP = \sqrt{(-2-(-4))^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{2^2+(-6)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40}$$

3 On sait que $NM = \sqrt{26}$, $MP = \sqrt{74}$ et $NP = \sqrt{40}$

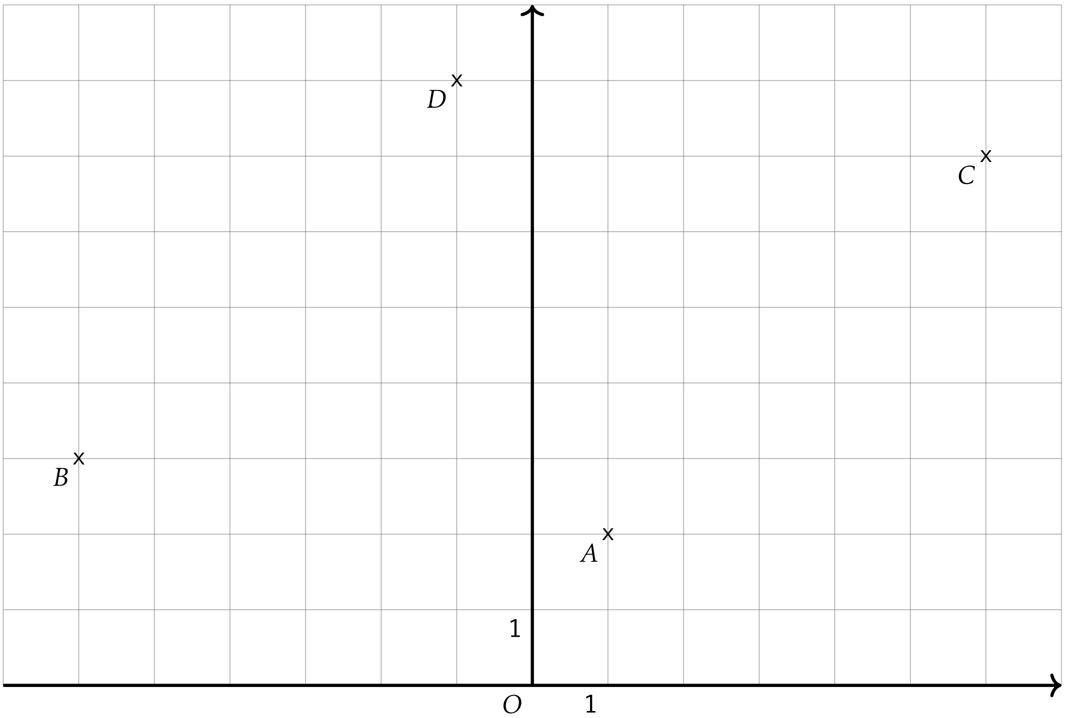
Or

$$NM^2 + NP^2 = \sqrt{26}^2 + \sqrt{40}^2 = 26 + 40 = 76 \qquad MP^2 = \sqrt{74}^2 = 74$$

Donc $NM^2 + NP^2 \neq MP^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP n'est pas un triangle rectangle.

Exercice 8 — Solution — Quadrilatère



On a l'impression que le quadrilatère $BACD$ est un losange. Pour le démontrer on va calculer la longueur de ses côtés.

- Distance AB

$$AB = \sqrt{(1-(-6))^2 + (2-3)^2} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$$

- Distance BD

$$BD = \sqrt{(-6-(-1))^2 + (3-8)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50}$$

- Distance DC

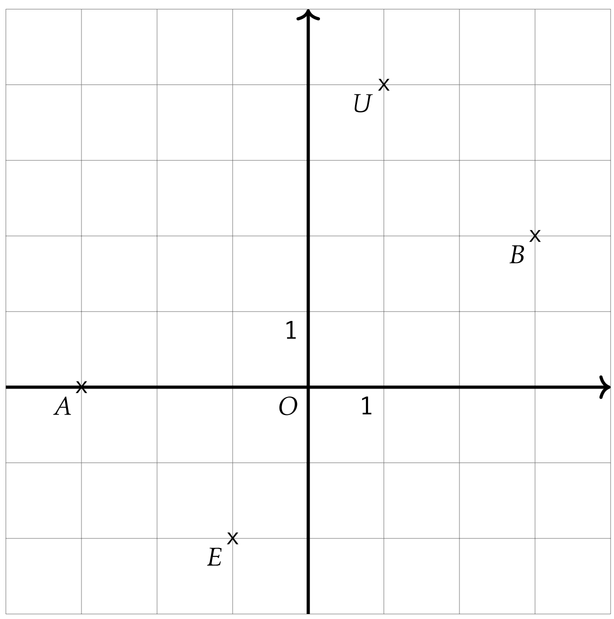
$$DC = \sqrt{(6-(-1))^2 + (7-8)^2} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$$

- Distance CA

$$CA = \sqrt{(6-1)^2 + (7-2)^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50}$$

Les quatre côtés du quadrilatère ont la même longueur, c'est donc un losange.

Exercice 9 — Solution — BEAU rectangle



1 Coordonnées du milieu de $[BA]$

$$x = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3+3}{2} = 0 \qquad y = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0+2}{2} = 1$$

2 Coordonnées du milieu de $[EU]$

$$x = \frac{x_E + x_U}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0 \qquad y = \frac{y_E + y_U}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1$$

3 On a l'impression que le triangle BEA est un triangle rectangle.

- Longueur BE

$$BE = \sqrt{(3-(-1))^2 + (2-(-2))^2} = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$$

- Longueur EA

$$EA = \sqrt{(-1-(-3))^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{2^2+(-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

- Longueur AB

$$AB = \sqrt{(3-(-3))^2 + (2-0)^2} = \sqrt{6^2+2^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$$

Donc

$$BE^2 + EA^2 = \sqrt{32}^2 + \sqrt{8}^2 = 32 + 8 = 40 \qquad AB^2 = \sqrt{40}^2 = 40$$

Donc on sait que $BE^2 + EA^2 = AB^2$
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BEA est rectangle en E.

4 On sait que $BEAU$ est un quadrilatère et que les diagonales se coupent en leur milieu (questions 1 et 2)
Or un quadrilatère qui a ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme.
Donc $BEAU$ est un parallélogramme.
De plus, on sait que l'angle $\widehat{BEA}$ est un angle droit (question 3).
Or, un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.
Donc $BEAU$ est un rectangle.

Exercice 10 — Solution — Presque

1 Longueur AC

$$AC = \sqrt{(-50-50)^2 + (100-(-100))^2} = \sqrt{(-100)^2 + 200^2} = \sqrt{50000}$$

2 Il faut calculer les longueurs AB et BC puis appliquer la réciproque du théorème de Pythagore. C'est la même rédaction que la question 3 de l'exercice 11. Le triangle est rectangle.

3 Il faut calculer les longueurs AD et DC puis appliquer la réciproque du théorème de Pythagore. C'est la même rédaction que la question 3 de l'exercice 11. Le triangle n'est pas rectangle.

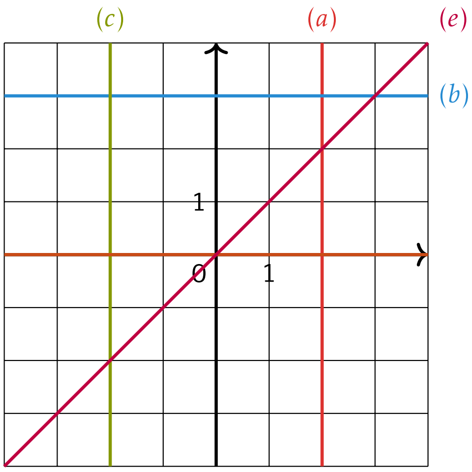
4 On sait que $ABCD$ est un quadrilatère et le triangle ACD n'est pas rectangle. Or un carré est un quadrilatère qui a 4 angles droits et 4 côtés de même longueur. Donc $ABCD$ n'est pas un carré.

Exercice 11 — Solution — Ensemble de points

1

2 Les ensembles sont :

a. (a) : droite verticale passant par $x = 2$
b. (b) : droite horizontale passant par $y = 3$
c. (c) : droite verticale passant par $x = -2$
d. (d) : l'axe des abscisses (droite horizontale $y = 0$)
e. (e) : droite passant par l'origine avec une pente de 1 (première bissectrice)



3 Appartenance des points :

- $U(2,4)$: appartient à (a) car son abscisse vaut 2
- $V(0,4)$: n'appartient à aucun ensemble listé
- $W(-2,-2)$: appartient à (c) car son abscisse vaut -2 et à (e) car $y = x$
- $X(2,2)$: appartient à (a) car son abscisse vaut 2 et à (e) car $y = x$

Exercice 12 — Solution — Décrire un ensemble

1 Le point $M(x, y)$ appartient à (a) si et seulement si $x = 2$. On dit que (a) a pour équation $x = 2$.

2 Conditions d'appartenance :

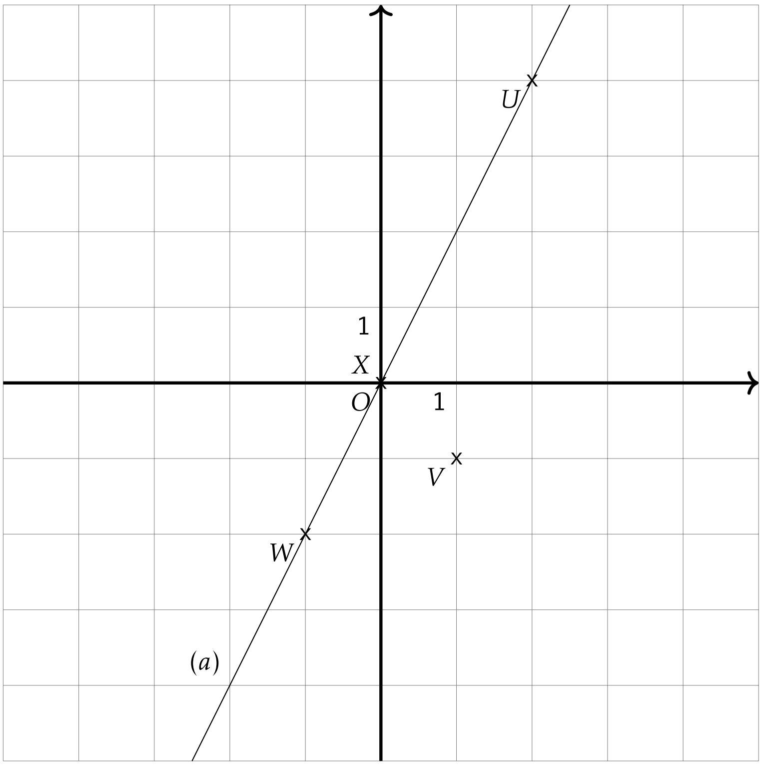
- $M \in (b)$ si et seulement si $y = 3$. Équation : $y = 3$
- $M \in (c)$ si et seulement si $x = -2$. Équation : $x = -2$
- $M \in (d)$ si et seulement si $y = 0$. Équation : $y = 0$
- $M \in (e)$ si et seulement si $y = x$. Équation : $y = x$

Exercice 13 — Solution — Ensemble $y = 2x$

1 Les points de l'ensemble (a) vérifient $y = 2x$ donc leur ordonnée doit être deux fois plus grande que leur abscisse.

- Pour le point U
$$2x = 2 \times 2 = 4 = y$$
Donc le point U appartient à (a)
- Pour le point V
$$2x = 2 \times 1 = 2 \neq -1 = y$$
Donc le point V n'appartient pas à (a)
- Pour le point W
$$2x = 2 \times (-1) = -2 = y$$
Donc le point W appartient à (a)
- Pour le point X
$$2x = 2 \times 0 = 0 = y$$
Donc le point X appartient à (a)

2



Exercice 14 — Solution — Ensemble $y = -x$

1 Les points de l'ensemble (b) vérifient $y = -x$ donc leur ordonnée doit être opposée à leur abscisse.

- Pour le point U
$$-x = -2 \neq 4 = y$$
Donc le point U n'appartient pas à (b)
- Pour le point V
$$-x = -1 = y$$
Donc le point V appartient à (b)
- Pour le point W
$$-x = -(-1) = 1 \neq -2 = y$$
Donc le point W n'appartient pas à (b)

- Pour le point X

$$-x = -0 = 0 = y$$

Donc le point X appartient à (b)

2