Opération sur les ensembles - Solutions

2nd – mars 2026

Attention – Document généré par IA

Ce document a été essentiellement généré par une intelligence artificielle (LLM) et relu dans les grandes lignes. Des erreurs, des approximations ou des méthodes inhabituelles peuvent être présentes.

Restez critique face au contenu proposé et ne le considérez pas comme une vérité absolue.

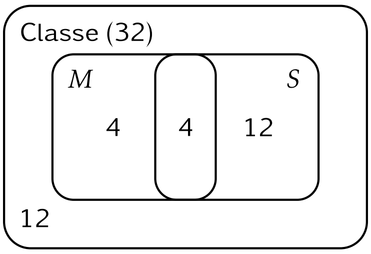
Exercice 1 — Solution — Activités périscolaires

Notons M l'événement "l'élève suit des cours de musique" et S l'événement "l'élève suit des cours de ski de fond".

1 **Vérification si la situation est possible**
On sait que $8 + 16 = 24$ élèves pratiquent au moins une activité et que 12 élèves n'en pratiquent aucune.
Total : $24 + 12 = 36$ élèves. Or la classe compte 32 élèves.
Cette situation n'est donc pas possible ! **Sauf si on considère que des élèves font les deux activités!**
Dans ce cas, il y a 4 élèves (36 - 32) qui sont les deux activités.

2 **Équiprobabilité**
On est dans une situation d'équiprobabilité car on choisit un élève **au hasard**, donc chaque élève a la même probabilité d'être choisi, soit $\frac{1}{32}$.

3 Pour les calculs suivants, on suppose les données corrigées. Construisons un diagramme de Venn :



Calcul de l'intersection : $8 + 16 + 12 = 36$, *donc il faut* $36 - 32 = 4$ *élèves qui font les deux.*

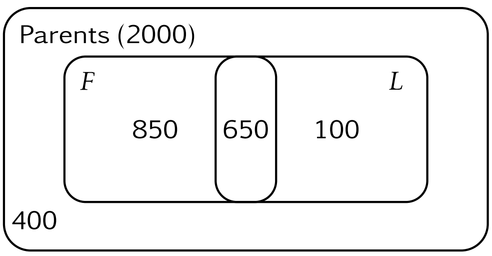
a. $P(M) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 0{,}25$
b. $P(\overline{M}) = 1 - P(M) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0{,}75$
c. $P(\overline{M} \cap \overline{S}) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8} = 0{,}375$
d. Uniquement musique : $P(M \cap \overline{S}) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0{,}125$
e. Uniquement ski : $P(\overline{M} \cap S) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8} = 0{,}375$
f. $P(M \cup S) = \frac{20}{32} = \frac{5}{8} = 0{,}625$
g. $P(M \cap S) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0{,}125$

Exercice 2 — Solution — Harry Potter

1 **Modélisation et diagramme de Venn**
Notons F l'événement "avoir vu les films" et L l'événement "avoir lu les livres".
Pour compléter le diagramme, calculons d'abord l'effectif de $F \cap L$:

- Total des parents : 2000
- Parents qui connaissent au moins une œuvre : $2000 - 400 = 1600$
- Par ailleurs : $1500 + 750 = 2250$

L'effectif de $F \cap L$ est donc : $2250 - 1600 = 650$ parents.



Détail des effectifs :

- Uniquement films : $1500 - 650 = 850$
- Les deux : 650
- Uniquement livres : $750 - 650 = 100$
- Ni l'un ni l'autre : 400

2 Effectif de l'intersection

650 parents ont lu les livres ET vu les films.

3 Calcul des probabilités

a. $P(F) = \frac{1500}{2000} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

b. $P(\overline{F}) = 1 - P(F) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

c. $P(L) = \frac{750}{2000} = \frac{3}{8} = 0{,}375$

d. $P(F \cap L) = \frac{650}{2000} = \frac{13}{40} = 0{,}325$

e. $P(F \cup L) = \frac{1600}{2000} = \frac{4}{5} = 0{,}8$
Ou bien : $P(F \cup L) = P(F) + P(L) - P(F \cap L) = \frac{3}{4} + \frac{3}{8} - \frac{13}{40} = \frac{4}{5}$

Exercice 3 — Solution — Traduction maths-français

On a $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$, $A = \{8; 9; 10\}$ et $B = \{2; 4; 6; 8; 10\}$

Notation	Phrase descriptive de l'ensemble	Éléments de l'ensemble
Ω	L'univers	$\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$
A	Le nombre observé est strictement supérieur à 7	$\{8; 9; 10\}$
B	Le nombre observé est pair	$\{2; 4; 6; 8; 10\}$
$\overline{A}$	Le nombre observé est inférieur ou égal à 7	$\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$
$A \cap B$	Le nombre observé est strictement supérieur à 7 ET pair	$\{8; 10\}$
$\overline{B}$	Le nombre observé est impair	$\{1; 3; 5; 7; 9\}$
$A \cup B$	Le nombre observé est supérieur à 7 OU est pair	$\{2; 4; 6; 8; 9; 10\}$
$A \cap \overline{B}$	Le nombre observé est strictement supérieur à 7 ET impair	$\{9\}$
$\overline{B} \cup A$	Le nombre observé est impair OU strictement supérieur à 7	$\{1; 3; 5; 7; 8; 9; 10\}$

Exercice 4 — Solution — Orientation post-bac

1 Probabilité de suivre l'option Merca

$P(\text{Merca}) = \frac{20}{32} = \frac{5}{8} = 0{,}625$

2 Probabilité RH et BTS

$P(R \cap B) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

3 Traduction et calcul des probabilités

a. $P(B)$: probabilité que l'élève souhaite s'orienter vers un BTS
$P(B) = \frac{18}{32} = \frac{9}{16} = 0{,}5625$

b. $P(\overline{B})$: probabilité que l'élève ne souhaite pas s'orienter vers un BTS
$P(\overline{B}) = \frac{14}{32} = \frac{7}{16} = 0{,}4375$

c. $P(R \cap B)$: probabilité que l'élève suive l'option RH ET souhaite un BTS
$P(R \cap B) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

d. $P(R \cap \overline{B})$: probabilité que l'élève suive l'option RH ET ne souhaite pas de BTS
$P(R \cap \overline{B}) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0{,}125$

e. $P(\overline{R} \cup \overline{B})$: probabilité que l'élève ne suive pas RH OU ne souhaite pas de BTS
Effectif : tous sauf ceux qui font RH ET BTS, soit $32 - 8 = 24$
$P(\overline{R} \cup \overline{B}) = \frac{24}{32} = \frac{3}{4} = 0{,}75$
Remarque : $\overline{R} \cup \overline{B} = \overline{R \cap B}$ *(loi de De Morgan)*

f. $P(R \cup B)$: probabilité que l'élève suive RH OU souhaite un BTS (ou les deux)
Effectif : $12 + 18 - 8 = 22$ (on enlève l'intersection pour ne pas compter deux fois)
$P(R \cup B) = \frac{22}{32} = \frac{11}{16} = 0{,}6875$

4 Formule du complémentaire

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B)$$

Cette formule est toujours vraie car B et $\overline{B}$ sont complémentaires dans l'univers.

5 Formule de l'union

$$P(R \cup B) = P(R) + P(B) - P(R \cap B)$$

Cette formule permet d'éviter de compter deux fois les éléments de l'intersection $R \cap B$.

Exercice 5 — Solution — Kangourous

1 Équiprobabilité

On choisit un questionnaire **au hasard** parmi les 290 questionnaires. Chaque questionnaire a donc la même probabilité d'être choisi, soit $\frac{1}{290}$.
On est bien dans une situation d'équiprobabilité.

2 Probabilité : Australie sans kangourou

D'après le tableau, 3 personnes ont visité l'Australie sans voir de kangourou.
$P(A \cap \overline{K}) = \frac{3}{290} \approx 0{,}01$

3 Traduction et calcul des probabilités

a. $P(A)$: probabilité que la personne ait visité l'Australie
$P(A) = \frac{55}{290} = \frac{11}{58} \approx 0{,}19$

b. $P(K)$: probabilité que la personne ait vu un kangourou
$P(K) = \frac{220}{290} = \frac{22}{29} \approx 0{,}76$

c. $P(A \cap K)$: probabilité que la personne ait visité l'Australie ET vu un kangourou
$P(A \cap K) = \frac{52}{290} = \frac{26}{145} \approx 0{,}18$

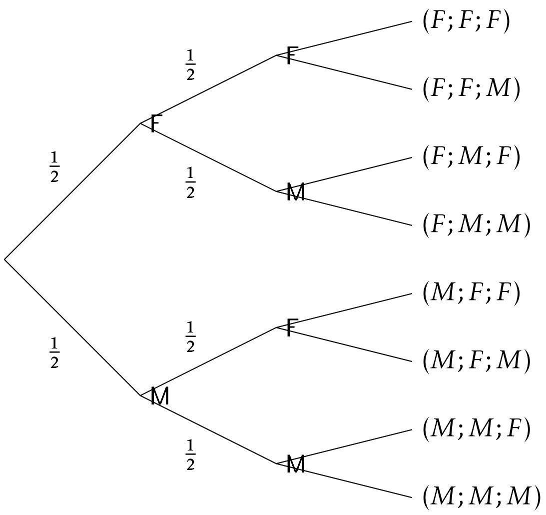
d. $P(\overline{A})$: probabilité que la personne n'ait jamais visité l'Australie
$P(\overline{A}) = \frac{235}{290} = \frac{47}{58} \approx 0{,}81$
Ou bien : $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{11}{58} = \frac{47}{58}$

e. $P(\overline{A} \cap \overline{K})$: probabilité que la personne n'ait jamais visité l'Australie ET jamais vu de kangourou
$P(\overline{A} \cap \overline{K}) = \frac{67}{290} \approx 0{,}23$

f. $P(A \cup K)$: probabilité que la personne ait visité l'Australie OU vu un kangourou (ou les deux)
Effectif : $55 + 220 - 52 = 223$
$P(A \cup K) = \frac{223}{290} \approx 0{,}77$
Ou bien : $P(A \cup K) = P(A) + P(K) - P(A \cap K) = \frac{55}{290} + \frac{220}{290} - \frac{52}{290} = \frac{223}{290}$

Exercice 6 — Solution — Triplés

1 Arbre de probabilité



2 Univers

$\Omega = \{(F;F;F); (F;F;M); (F;M;F); (F;M;M); (M;F;F); (M;F;M); (M;M;F); (M;M;M)\}$
L'univers contient 8 issues possibles.

3 Description des événements

- A : "au moins un F et au moins un M" = tous sauf $(F;F;F)$ et $(M;M;M)$
  $A = \{(F;F;M); (F;M;F); (F;M;M); (M;F;F); (M;F;M); (M;M;F)\}$
- B : "au moins un F" = tous sauf $(M;M;M)$
  $B = \{(F;F;F); (F;F;M); (F;M;F); (F;M;M); (M;F;F); (M;F;M); (M;M;F)\}$

- C : "au moins un M" = tous sauf $(F;F;F)$
  $C = \{(F;F;M);(F;M;F);(F;M;M);(M;F;F);(M;F;M);(M;M;F);(M;M;M)\}$

4 Vraies ou fausses

a. $A \subset \Omega$: **VRAI**. A est un événement, donc un sous-ensemble de Ω.
b. $B \subset A$: **FAUX**. $(F;F;F) \in B$ mais $(F;F;F) \notin A$.
c. $(F;M;M) \in C$: **VRAI**. Cette issue contient au moins un M.
d. $(M;M;M) \in A$: **FAUX**. A exige au moins un F et un M, or $(M;M;M)$ ne contient aucun F.
e. $(F;F;F) \in B$: **VRAI**. Cette issue contient au moins un F.
f. $\{(M;M;M)\} \subset C$: **VRAI**. L'ensemble $\{(M;M;M)\}$ est inclus dans C.
g. $(F;G;F) \in B$ et $(F;G;F) \in C$: **FAUX**. $(F;G;F) \notin \Omega$ car G n'est pas un sexe possible.
h. $(F;F;F) \in B$ et $(F;F;F) \in A$: **FAUX**. Certes $(F;F;F) \in B$ mais $(F;F;F) \notin A$.
i. $(F;F;F) \in A$ et $A \subset B$ donc $(F;F;F) \in B$: **FAUX**. La première hypothèse est fausse : $(F;F;F) \notin A$. De plus $A \subset B$ est faux.
j. $(F;G;F) \in A$ et $A \subset B$ donc $(F;G;F) \in B$: **FAUX**. $(F;G;F) \notin \Omega$.
k. $x \in B$ et $A \subset B$ donc $x \in A$: **FAUX**. Ce raisonnement est incorrect. Si $A \subset B$ et $x \in A$, alors $x \in B$, mais pas l'inverse !
l. $x \in A$ et $A \subset C$ donc $x \in C$: **VRAI**. Ce raisonnement est correct : si $x \in A$ et que A est inclus dans C, alors $x \in C$. De plus, on peut vérifier que $A \subset C$ est vrai.