

Coordonnées de vecteurs - Solutions

2nd – mars 2026



Attention – Document généré par IA

Ce document a été essentiellement généré par une intelligence artificielle (LLM) et relu dans les grandes lignes. Des erreurs, des approximations ou des méthodes inhabituelles peuvent être présentes.

Restez critique face au contenu proposé et ne le considérez pas comme une vérité absolue.

Exercice 1

Solution

Coordonnée et repère

1

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

2

3

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -3 \\ -8 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -6 \\ -5 \end{pmatrix}$$

4

$$Z(-1; 2) \quad Y(0; 2) \quad X(1; -4) \quad S(3; 2)$$

Exercice 2

Solution

Calculs de coordonnées

$$1 \quad \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 1 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$2 \quad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 - 2 \\ -3 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$3 \quad \overrightarrow{DE} = \begin{pmatrix} x_E - x_D \\ y_E - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ -2 - (-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$4 \quad \overrightarrow{ED} = \begin{pmatrix} x_D - x_E \\ y_D - y_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ -6 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$5 \quad \overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} x_E - x_A \\ y_E - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 2 \\ -2 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$6 \quad \overrightarrow{BE} = \begin{pmatrix} x_E - x_B \\ y_E - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 5 \\ -2 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$7 \quad \overrightarrow{EC} = \begin{pmatrix} x_C - x_E \\ y_C - y_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 - 0 \\ -3 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$8 \quad \overrightarrow{FG} = \begin{pmatrix} x_G - x_F \\ y_G - y_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \\ \frac{8}{3} \end{pmatrix}$$

$$9 \quad \overrightarrow{FA} = \begin{pmatrix} x_A - x_F \\ y_A - y_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - \frac{1}{2} \\ 4 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 6 \end{pmatrix}$$

Exercice 3

Solution

Égalité entre vecteurs

1 a. On calcule les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 - (-2) \\ 3 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -2 - 1 \\ -1 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Donc les vecteurs ne sont pas égaux. Par contre, on peut noter que les coordonnées sont opposés, donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont opposés (même direction, même longueur, mais sens opposé)

b. On calcule les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ 0 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ -1 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2 On calcule les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 - 1 \\ 4 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} x - 1 \\ 6 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Pour que les vecteurs soient égaux il faut que leurs coordonnées soient égales. Il faut donc que

$$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Donc il faut que $x = 1$.

3 On calcule les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} .

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -1 - (x - 1) \\ y - 5 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y - 7 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 4 - 0 \\ 3 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Pour que les vecteurs soient égaux il faut que leurs coordonnées soient égales. Il faut donc que

$$x = 4$$

$$y - 7 = 1 \Leftrightarrow y = 8$$

Donc il faut que $x = 4$ et que $y = 8$.

Exercice 4 Solution Coordonnée de points et transformations

Pour trouver l'image d'un point par une translation de vecteur, on ajoute les coordonnées du vecteur aux coordonnées du point.

1 B est l'image de $A(2; 3)$ par la translation de vecteur $\vec{u}\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 4 \end{smallmatrix}\right)$, donc $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

$$B(x_A + x_{\vec{u}}; y_A + y_{\vec{u}}) = B(2 + 2; 3 + 4) = B(4; 7)$$

2 D est l'image de $C(-2; 5)$ par la translation de vecteur $\vec{v}\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ -2 \end{smallmatrix}\right)$, donc $\overrightarrow{CD} = \vec{v}$.

$$D(x_C + x_{\vec{v}}; y_C + y_{\vec{v}}) = D(-2 + 4; 5 + (-2)) = D(2; 3)$$

3 F est l'image de $E(0; 3)$ par la translation de vecteur $\vec{v}\left(\begin{smallmatrix} -3 \\ -2 \end{smallmatrix}\right)$, donc $\overrightarrow{EF} = \vec{v}$.

$$F(x_E + x_{\vec{v}}; y_E + y_{\vec{v}}) = F(0 + (-3); 3 + (-2)) = F(-3; 1)$$

Exercice 5 Solution Calculs avec les coordonnées de vecteurs

Pour additionner ou soustraire des vecteurs, on additionne ou soustrait leurs coordonnées. Pour multiplier un vecteur par un nombre, on multiplie chaque coordonnée par ce nombre.

1 $\vec{u} + \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + (-3) \\ 5 + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$

2 $\vec{w} + \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + (-3) \\ -4 + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

3 $\vec{w} - \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ -4 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$

4 $\vec{u} + \vec{x} + \vec{v} - 2\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 2 + (-3) + 0 - 2 \\ 5 + 2 + 2 - (-8) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 17 \end{pmatrix}$

5 $2\vec{w} + \vec{x} - 2\vec{x} = 2\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 2 + (-3) - (-6) \\ -8 + 2 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \end{pmatrix}$

6 On calcule d'abord $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 - 2 \\ 1 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Donc $\overrightarrow{AB} + \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

7 On calcule d'abord $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2 - 2 \\ -2 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -3 - 2 \\ 1 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Donc $\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -1 \end{pmatrix}$

8 On a $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Donc $\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix}$

Exercice 6 Solution Équilibre des forces

1 a. On additionne les coordonnées des trois forces:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 + (-2) + 2 \\ -5 + 2 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b. L'objet est en équilibre car la somme des forces appliquées est égale au vecteur nul $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Cela signifie que les forces se compensent et l'objet ne bouge pas.

2 a. On additionne les coordonnées des trois forces:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 + 3 + 2 \\ 2 + 1 + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

La somme des forces n'est pas égale au vecteur nul, donc l'objet n'est pas en équilibre.

- b. Pour que l'objet soit en équilibre, il faut que la somme de toutes les forces soit égale au vecteur nul. La quatrième force \vec{F}_4 doit donc vérifier:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc } \vec{F}_4 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3) = -\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Exercice 7

Solution

Coordonnée manquante

1 On calcule d'abord $\vec{CB} = \begin{pmatrix} 0 - (-2) \\ -3 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$.

$$\text{Donc } \frac{1}{2}\vec{CB} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{On a } \vec{AM} = \begin{pmatrix} x - (-3) \\ y - 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 3 \\ y - 7 \end{pmatrix}.$$

L'égalité $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{CB}$ donne donc:

$$x + 3 = 1 \Rightarrow x = -2$$

$$y - 7 = -3 \Rightarrow y = 4$$

Donc $M(-2; 4)$.

2 On calcule $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 0 - (-3) \\ -3 - 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -10 \end{pmatrix}$ et $\vec{CM} = \begin{pmatrix} x - (-2) \\ y - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2 \\ y - 3 \end{pmatrix}$.

L'égalité $2\vec{AB} + 3\vec{CM} = \vec{0}$ donne:

$$2\begin{pmatrix} 3 \\ -10 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} x + 2 \\ y - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ -20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3(x + 2) \\ 3(y - 3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 + 3x + 6 \\ -20 + 3y - 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Donc:

$$6 + 3x + 6 = 0 \Rightarrow 3x = -12 \Rightarrow x = -4$$

$$-20 + 3y - 9 = 0 \Rightarrow 3y = 29 \Rightarrow y = \frac{29}{3}$$

Donc $M(-4; \frac{29}{3})$.

3 On a $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -10 \end{pmatrix}$, $\vec{CB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\vec{BM} = \begin{pmatrix} x - 0 \\ y - (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y + 3 \end{pmatrix}$.

L'égalité $\vec{BM} = 3\vec{AB} - \vec{CB}$ donne:

$$\begin{pmatrix} x \\ y + 3 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 3 \\ -10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -30 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -24 \end{pmatrix}$$

Donc $x = 7$ et $y + 3 = -24 \Rightarrow y = -27$.

Donc $M(7; -27)$.

4 On a $\vec{BM} = \begin{pmatrix} x \\ y + 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{AM} = \begin{pmatrix} x + 3 \\ y - 7 \end{pmatrix}$.

L'égalité $3\vec{BM} = 2\vec{AM}$ donne:

$$3\begin{pmatrix} x \\ y + 3 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} x + 3 \\ y - 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3x \\ 3y + 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 6 \\ 2y - 14 \end{pmatrix}$$

Donc:

$$3x = 2x + 6 \Rightarrow x = 6$$

$$3y + 9 = 2y - 14 \Rightarrow y = -23$$

Donc $M(6; -23)$.

La norme d'un vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ se calcule avec la formule $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

1

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{0^2 + 2^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$\|\vec{w}\| = \sqrt{1^2 + (-4)^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

$$\|\vec{x}\| = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

2 On calcule d'abord les coordonnées des vecteurs:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 - 2 \\ 1 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} - 2 \\ 1 - \frac{1}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

Puis on calcule les normes:

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{400 + 144}{225}} = \sqrt{\frac{544}{225}} = \frac{4\sqrt{34}}{15}$$

Exercice 9

Solution

Colinéarité

Deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si $xy' - yx' = 0$ (on dit que le déterminant est nul).

1 On calcule les coordonnées des vecteurs:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 - 1 \\ 8 - (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -6 - 1 \\ 2 - (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \end{pmatrix}$$

On calcule le déterminant: $(-5) \times 6 - 12 \times (-7) = -30 + 84 = 54 \neq 0$.Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires.

2 On calcule les coordonnées des vecteurs:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 - 5 \\ -1 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 10 - 5 \\ 11 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

On calcule le déterminant: $(-5) \times 6 - (-6) \times 5 = -30 + 30 = 0$.Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires.

3 On calcule les coordonnées des vecteurs:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \\ -\frac{2}{4} - \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \\ -\frac{5}{6} \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \\ -\frac{11}{3} - \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

On calcule le déterminant: $(-\frac{1}{4}) \times (-4) - (-\frac{5}{6}) \times (-1) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \neq 0$.Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires.

Trois points A , B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires.

1 On calcule les coordonnées des vecteurs:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \begin{pmatrix} 10 - 4 \\ -5 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -7 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AC} &= \begin{pmatrix} -8 - 4 \\ 16 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 14 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

On calcule le déterminant: $6 \times 14 - (-7) \times (-12) = 84 - 84 = 0$.

Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires, donc les points A , B et C sont alignés.

2 On calcule les coordonnées des vecteurs:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \begin{pmatrix} 6 - 9 \\ -1 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AC} &= \begin{pmatrix} 3 - 9 \\ -3 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

On calcule le déterminant: $(-3) \times (-4) - (-2) \times (-6) = 12 - 12 = 0$.

Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires, donc les points A , B et C sont alignés.

3 On calcule les coordonnées des vecteurs:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \begin{pmatrix} 2 - (-\frac{1}{5}) \\ -\frac{1}{6} - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{11}{5} \\ -\frac{7}{6} \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AC} &= \begin{pmatrix} \frac{10}{5} - (-\frac{1}{5}) \\ 1 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{11}{5} \\ 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

On calcule le déterminant: $\frac{11}{5} \times 0 - (-\frac{7}{6}) \times \frac{11}{5} = 0 + \frac{77}{30} = \frac{77}{30} \neq 0$.

Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires, donc les points A , B et C ne sont pas alignés.

Exercice 11

Solution

Coordonnée manquante

1 Pour que les vecteurs soient colinéaires, leur déterminant doit être égal à 0.

a. On calcule le déterminant:

$$(-8) \times 2 - 8 \times m = 0 \Leftrightarrow -16 - 8m = 0 \Leftrightarrow 8m = -16 \Leftrightarrow m = -2$$

Les vecteurs sont colinéaires si $m = -2$.

b. On calcule le déterminant:

$$(m - 1) \times (-2) - 2 \times 3 = 0 \Leftrightarrow -2m + 2 - 6 = 0 \Leftrightarrow -2m = 4 \Leftrightarrow m = -2$$

Les vecteurs sont colinéaires si $m = -2$.

2 Pour que les points soient alignés, les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} doivent être colinéaires.

a. On calcule les coordonnées des vecteurs:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \begin{pmatrix} -2 - 1 \\ 1 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AC} &= \begin{pmatrix} m - 1 \\ 2 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m - 1 \\ -1 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

On calcule le déterminant:

$$(-3) \times (-1) - (-2) \times (m - 1) = 0 \Leftrightarrow 3 + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow 2m = -1 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Les points sont alignés si $m = -\frac{1}{2}$.

b. On calcule les coordonnées des vecteurs:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \begin{pmatrix} 7 - (-5) \\ 1 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AC} &= \begin{pmatrix} 1 - (-5) \\ (m - 2) - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ m - 3 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

On calcule le déterminant:

$$12 \times (m - 3) - 0 \times 6 = 0 \Leftrightarrow 12m - 36 = 0 \Leftrightarrow m = 3$$

Les points sont alignés si $m = 3$.

1 Le milieu I d'un segment $[BC]$ a pour coordonnées:

$$I\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right) = I\left(\frac{-1 + (-4)}{2}; \frac{1 + 2}{2}\right) = I\left(\frac{-5}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

2 Soit $D(x; y)$. On a:

$$\overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} 0 - x \\ 3 - y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ 3 - y \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DB} = \begin{pmatrix} -1 - x \\ 1 - y \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} -4 - x \\ 2 - y \end{pmatrix}$$

L'égalité $3\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ donne:

$$3\begin{pmatrix} -x \\ 3 - y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 - x \\ 1 - y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 - x \\ 2 - y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3x \\ 9 - 3y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 - x \\ 1 - y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 - x \\ 2 - y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3x - 1 - x - 4 - x \\ 9 - 3y + 1 - y + 2 - y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -5x - 5 \\ 12 - 5y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Donc:

$$-5x - 5 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$12 - 5y = 0 \Rightarrow y = \frac{12}{5}$$

Donc $D(-1; \frac{12}{5})$.

3 Pour montrer que D , A et I sont alignés, on montre que les vecteurs \overrightarrow{DA} et \overrightarrow{DI} sont colinéaires.

$$\overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} 0 - (-1) \\ 3 - \frac{12}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DI} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} - (-1) \\ \frac{3}{2} - \frac{12}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ -\frac{9}{10} \end{pmatrix}$$

On calcule le déterminant:

$$1 \times \left(-\frac{9}{10}\right) - \frac{3}{5} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{10} + \frac{9}{10} = 0$$

Les vecteurs \overrightarrow{DA} et \overrightarrow{DI} sont colinéaires, donc les points D , A et I sont alignés.