

Ensembles de nombres et arithmétique - Cours

– mai 2026

1 Ensembles de nombres

Définition: Nombres entiers naturels, relatifs, décimaux, rationnels et réels

- L'ensemble des **entiers naturels**, noté \mathbb{N} , est l'ensemble des entiers positifs :

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$$
- L'ensemble des **entiers relatifs**, noté \mathbb{Z} , est l'ensemble des entiers positifs ou négatifs :

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$
- L'ensemble des **nombres décimaux**, noté \mathbb{D} , est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$ avec a un entier relatif et n un entier positif.
- L'ensemble des **nombres rationnels**, noté \mathbb{Q} , est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme d'un quotient $\frac{a}{b}$ avec a un entier relatif, b un entier relatif non nul.
- L'ensemble des **nombres réels**, noté \mathbb{R} , est l'ensemble de tous les nombres, y compris ceux qui ne peuvent pas s'écrire comme une fraction.

Remarque

- Un nombre décimal a une écriture décimale **finie**.
- Un nombre rationnel non décimal a une écriture décimale **périodique infinie** (par exemple $\frac{1}{3} = 0,333 \dots$).
- Les nombres réels non rationnels s'appellent des **irrationnels** : ils ont une écriture décimale infinie et non périodique (par exemple $\sqrt{2}$ et π).
- Tout entier naturel est un entier relatif, tout entier est un nombre décimal, tout nombre décimal est un rationnel et tout rationnel est un réel. Les ensembles sont inclus les uns dans les autres :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Méthode : déterminer l'ensemble auquel appartient un nombre

Pour montrer qu'un nombre x appartient à un ensemble, on cherche à l'écrire sous la forme requise :

- $x \in \mathbb{D}$: écrire $x = \frac{a}{10^n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$.
- $x \in \mathbb{Q}$: écrire $x = \frac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.
- $x \notin \mathbb{Q}$ (irrationnel) : on admet que $\sqrt{p} \notin \mathbb{Q}$ lorsque p n'est pas un carré parfait.

Exemples Dire à quels ensembles appartiennent les nombres suivants

- 5
- 5,2
- 14
- $\frac{2}{5}$
- $\frac{1}{3}$
- $\sqrt{2}$