Ensembles de nombres et arithmétique - Plan de travail

2nd – mai 2026

1 Arithmétique

- ☐ Exercice 1: Vocabulaire : multiples et diviseurs ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 2: Critères de divisibilité ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 3: Parité ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 4: Diviseurs et nombres premiers ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 5: Ranger des objets en rangées ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 6: Conjecture de Goldbach ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 7: Dalles en mousse ☆☆☆☆☆

2 Ensemble de nombres

- ☐ Exercice 8: Appartenance ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 9: Plus petit ensemble d'appartenance ☆☆☆☆☆
- ☐ Exercice 10: Montrer qu'un nombre est décimal ☆☆☆☆☆

3 Démonstrations

- ☐ Exercice 12: $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal – raisonnement par l'absurde ☆☆☆☆☆

Légende: : pour découvrir quelque chose — : à faire en groupe — : pour s'entrainer

---

Exercice 1 — Vocabulaire : multiples et diviseurs

On sait que $60 = 4 \times 15$.

Compléter chaque phrase en choisissant le bon mot parmi : **diviseur**, **multiple**, **divise**, **divisible par**.

1. 4 est un ....de 60.
2. 60 est un ....de 15.
3. 15 ....60.
4. 60 est ....4.
5. 4 ....60.
6. 15 est un ....de 60.

Exercice 2 — Critères de divisibilité

Pour chacun des nombres suivants, indiquer par lesquels parmi 2, 3, 4, 5, 9 et 10 il est divisible. Justifier en appliquant le critère correspondant.

1. 270
2. 1 348
3. 4 185
4. 7 290
5. 23 076
6. 50 004

Exercice 3 — Parité

1. Montrer que les nombres suivants sont pairs ou impairs en les écrivant sous la forme $2k$ ou $2k+1$ (préciser la valeur de k à chaque fois).

a. 38 | b. 117 | c. 204 | d. 85

2 La somme de deux nombres impairs est-elle paire ou impaire ? Justifier algébriquement.

Exercice 4 — Diviseurs et nombres premiers

1 Trouver tous les diviseurs de 36.
Indication : tester méthodiquement les entiers $1, 2, 3, \ldots$ jusqu'à $\sqrt{36}$.

2 Le nombre 36 est-il premier ? Justifier.

3 Trouver tous les nombres premiers inférieurs ou égaux à 30 en testant, pour chaque entier n, s'il admet un diviseur compris entre 2 et $\sqrt{n}$.

Exercice 5 — Ranger des objets en rangées

Une enseignante souhaite ranger 72 livres en rangées toutes de même longueur, sans qu'il en reste.

1 Expliquer pourquoi le nombre de livres par rangée doit être un diviseur de 72.

2 Trouver tous les diviseurs de 72.

3 L'enseignante souhaite former entre 5 et 10 rangées. Quelles sont les possibilités ? Combien de livres y aurait-il par rangée dans chaque cas ?

4 Parmi ces possibilités, y en a-t-il une où le nombre de rangées est un nombre premier ? Si oui, laquelle ?

Exercice 6 — Conjecture de Goldbach

La conjecture de Goldbach affirme que « tout nombre pair supérieur ou égal à 4 est la somme de deux nombres premiers ».

1 Vérifier cette conjecture pour tous les nombres pairs de l'intervalle $[10\,;\,20]$.

2 Trouver tous les nombres premiers p et p' tels que $100 = p + p'$.

Exercice 7 — Dalles en mousse

Une crèche dispose de 60 dalles carrées en mousse. Elle souhaite les placer de manière à former un rectangle.

1 Quelles sont les dimensions possibles de ce rectangle ?

2 Quel est celui qui a le plus grand périmètre ?

Exercice 8 — Appartenance

Compléter par $\in$ ou $\notin$.

1 $6{,}8 \ldots \mathbb{Q}$ | 3 $-7 \ldots \mathbb{N}$ | 5 $\dfrac{6}{3} \ldots \mathbb{N}$ | 7 $\pi \ldots \mathbb{R}$

2 $\dfrac{3}{5} \ldots \mathbb{Z}$ | 4 $\sqrt{49} \ldots \mathbb{D}$ | 6 $-\dfrac{4}{56} \ldots \mathbb{Q}$ | 8 $\sqrt{3} \ldots \mathbb{Q}$

Pour les questions 1, 2, 4, 5 et 6, justifier la réponse en écrivant le nombre sous la forme $\dfrac{a}{10^n}$ ou $\dfrac{a}{b}$ selon l'ensemble concerné.

Exercice 9 — Plus petit ensemble d'appartenance

Pour chacun des nombres suivants, déterminer le plus petit ensemble de nombres ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$) auquel il appartient. Justifier en écrivant le nombre sous la forme adéquate.

1 -13 | 3 $\sqrt{25}$ | 5 $\dfrac{5+3}{7}$ | 7 $\sqrt{7}$

2 $\dfrac{-1}{4}$ | 4 $\dfrac{27}{9}$ | 6 $0{,}125$ | 8 $3{,}14$

Exercice 10 — Montrer qu'un nombre est décimal

Démontrer que les nombres suivants sont des décimaux en les écrivant sous la forme $\dfrac{a}{10^n}$.

1 -5 | 2 $\dfrac{7}{2}$ | 3 $0{,}034$ | 4 $7\,584\,000$

Exercice 11 — Vrai ou faux ?

Soit $x \in \mathbb{N}$. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est fausse ou toujours vraie. Si elle est fausse, donner un contre-exemple et donner le plus petit ensemble qui la rend toujours vraie.

1 $2x + 1 \in \mathbb{N}$
2 $2x + 1 \in \mathbb{Q}$
3 $3x - 7 \in \mathbb{N}$
4 $\frac{x-6}{2} \in \mathbb{Z}$
5 $\frac{x+1}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R}$
6 $\sqrt{x} \in \mathbb{Q}$

Exercice 12 — $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal – raisonnement par l'absurde

On souhaite démontrer par un raisonnement par l'absurde que $\dfrac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal.

1 Supposons que $\dfrac{1}{3}$ est un décimal. Il existe donc deux entiers a et n tels que $\dfrac{1}{3} = \dfrac{a}{10^n}$.
Montrer qu'il existe alors deux entiers a et n tels que $10^n = 3a$.

2 Expliquer pourquoi 10^k ne peut pas être un multiple de 3.
On rappelle que $10 = 2 \times 5$.

3 Conclure : $\dfrac{1}{3} \notin \mathbb{D}$.