

Probabilité conditionnelle et arbre - Plan de travail

Tstmg – septembre 2025

Savoir-faire de la séquence

- Conditionnement par un événement de probabilité non nulle
- Indépendance de deux événements de probabilités non nulles
- Construire un arbre de probabilités associé à une situation aléatoire donnée.
- Interpréter les pondérations de chaque branche d'un arbre en termes de probabilités, et notamment de probabilités conditionnelles
- Faire le lien entre la définition des probabilités conditionnelles et la multiplication des probabilités des branches du chemin correspondant.
- Utiliser un arbre de probabilités pour calculer des probabilités.

1 Tableau croisé

- Exercice 1: Vrai-Faux ☆ ☆ ☆ ☆ ☆

2 Lecture d'un arbre

- Exercice 2: Moyen de paiement ☆ ☆ ☆ ☆ ☆

3 Construire un arbre

- Exercice 3: Neuf ou occasion? ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
- Exercice 4: Sécurité ☆ ☆ ☆ ☆ ☆

4 Ancien type bac

- Exercice 5: Voyage ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
- Exercice 6: Numéro INE ☆ ☆ ☆ ☆ ☆
- Exercice 7: Hand Spinner ☆ ☆ ☆ ☆ ☆

On interroge un échantillon de 1 500 jeunes ayant entre 14 et 18ans pour savoir s'ils fument et si au moins l'un de leurs parents fume.

Les résultats de l'enquête sont consignés dans le tableau suivant.

	Fumeur	Non fumeur	Total
Au moins un parent fumeur	300	300	600
Aucun parent fumeur	200	700	900
Total	500	1 000	1 500

On choisit au hasard un jeune parmi ceux interrogés.

On note $A = \{\text{Fumeur}\}$ et $B = \{\text{Au moins un parent fumeur}\}$.

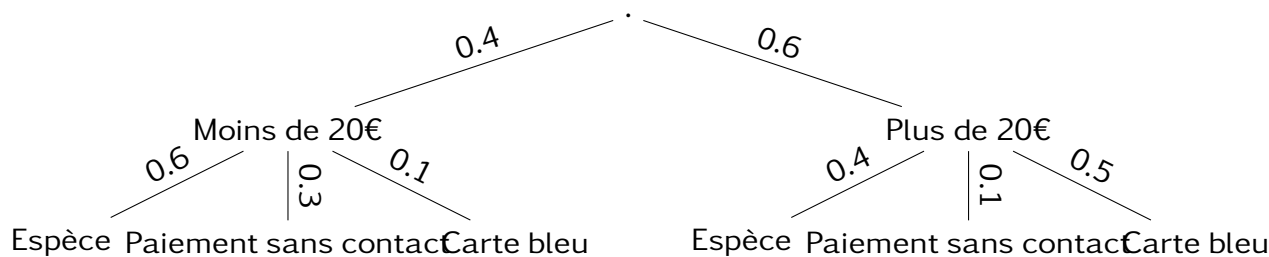
Pour chacune des phrases suivantes, justifier si elles sont vraies ou fausses.

1. La probabilité qu'il soit fumeur est de plus de 30%.
2. La probabilité qu'il soit fumeur et qu'aucun parent ne soit fumeur est de moins de 0.1.
3. La probabilité qu'au moins un de ses parents soit fumeur et qu'il ne le soit pas est de $\frac{1}{5}$.
4. La probabilité qu'il soit fumeur ou qu'un de ses parents le soit est de plus de 70%.
5. Sachant qu'il est fumeur, la probabilité que ses parents le soit aussi est de 0.6.
6. Sachant qu'aucun de ses parents ne soit fumeur, la probabilité qu'il ne soit pas aussi est de 50%.

Exercice 2

Moyen de paiement

Le gérant d'une grande enseigne de distribution a commandé une étude statistique des moyens de paiement de ses clients. Les résultats ont été représenté dans l'arbre ci-dessous.



On sélectionne un client de cette enseigne au hasard. On note

$$M = \{\text{Moins de 20€}\} \quad E = \{\text{Espèce}\} \quad B = \{\text{carte bleu}\}$$

Pour chacune des phrases suivantes, justifier si elles sont vraies ou fausses.

1. La probabilité qu'un client achète pour plus de 20€ est de 0.6.
2. Si l'achat est de moins de 20€, il y a une probabilité de 10% qu'il soit fait en avec une carte bleu.
3. Parmi les achats de plus de 20€, la probabilité qu'il ait été fait avec de l'espèce est de 0.4.
4. La probabilité qu'un achat soit de plus de 20€ et payé avec une carte bleu est de 90%.
5. La probabilité qu'un achat soit de moins de 20€ et payé avec une carte bleu est de 0.04.
6. La probabilité qu'un achat soit de moins de 20€ et payé avec de l'espèce est de 1.
7. La probabilité ait été payé avec de l'espèce est de 72%.

Exercice 3

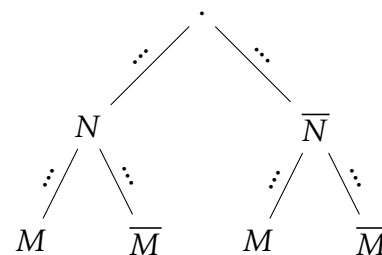
Neuf ou occasion?

Un concessionnaire automobile vend chaque année 65% de véhicules neufs. Une étude montre que parmi les acheteurs de véhicules neufs, 40% adhèrent à un contrat d'assurance. Par ailleurs, 7% des acheteurs qui ont acquis un véhicule d'occasion, ont adhéré à un contrat de maintenance.

On choisit un client au hasard parmi les clients de ce concessionnaire et on considère les évènements suivants:

- $N = \{ \text{Le client achète un véhicule neuf} \}$
- $M = \{ \text{Le client souscrit à un contrat de maintenance} \}$

1. Traduire les données de l'énoncé en terme de probabilité en utilisant les évènements N et M .
2. À partir des données de l'énoncé, compléter l'arbre de probabilité traduisant la situation.
3. Traduire en français les probabilités suivantes, les calculer puis les placer sur l'arbre.



- | | | |
|--------------------|-------------------------|----------------------------|
| (a) $P(\bar{N})$ | (c) $P(M \cap N)$ | (e) $P_{\bar{N}}(M)$ |
| (b) $P_N(\bar{M})$ | (d) $P(M \cap \bar{N})$ | (f) $P_{\bar{N}}(\bar{M})$ |

Exercice 4

Sécurité

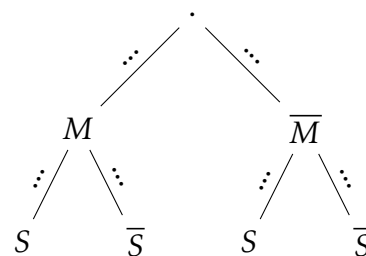
Dans un aéroport, les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques que peuvent emporter les voyageurs.

On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique. Et on note S l'évènement "le voyageur fait sonner le portique", M l'évènement "le voyageur porte un objet métallique"

On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique. Et on note que

- Lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à 0,98;
- Lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est aussi égale à 0,98.

1. À l'aide des données de l'énoncé, préciser les valeurs de $P(M)$, $P_M(S)$ et $P_{\bar{M}}(\bar{S})$.
2. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre illustrant cette situation.
3. Peut-on dire que les évènements M et S sont indépendants?



Exercice 5

Voyage

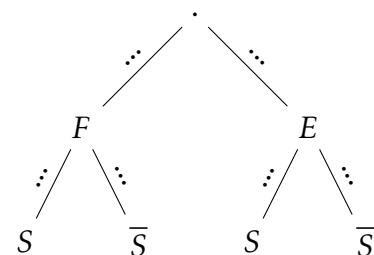
Une agence de voyage a effectué un sondage auprès de ses clients pendant la période estivale.

Le sondage est effectué sur l'ensemble des clients. Ce sondage montre que 38% des clients voyagent en France, que 83% des clients voyageant en France sont satisfaits et que 78% des clients voyageant à l'étranger sont satisfaits.

On interroge un client au hasard. On considère les évènements suivants :

- F : le client a voyagé en France ;
- E : le client a voyagé à l'étranger ;
- S : le client est satisfait du voyage .

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-contre.
2. Définir par une phrase l'évènement $E \cap S$ et calculer sa probabilité.
3. Montrer que $P(S) = 0,799$.
4. Sachant que le client est satisfait, quelle est la probabilité qu'il ait voyagé à l'étranger ? On arrondira pour cette question le résultat au millième.
5. Peut on dire que le évènements F et S sont indépendants?



Parmi les étudiants de l'enseignement supérieur de France métropolitaine et des DOM, 26 % sont inscrits dans un établissement d'Île-de-France. Parmi ces étudiants inscrits dans un établissement d'Île-de-France, 51 % le sont dans une université.

Parmi les étudiants inscrits en province ou dans les DOM, 62 % sont inscrits dans une université.

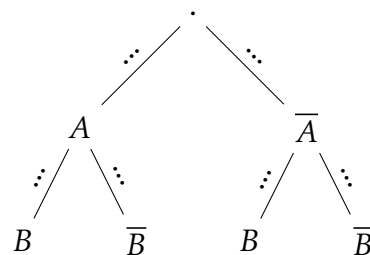
Source : Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche et de l'Innovation.

Dans la base recensant l'INE (Identifiant National Étudiant) de chaque étudiant, on choisit de façon équiprobable un identifiant.

On considère les événements suivants :

- A : l'INE est celui d'un étudiant inscrit dans un établissement d'Île-de-France
- B : l'INE est celui d'un étudiant inscrit dans une université.

1. Compléter l'arbre de probabilité représentant la situation de l'énoncé.
2. Traduire l'évènement $A \cap \bar{B}$ par une phrase et calculer sa probabilité.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement B est égale à 0,591 4.
4. Un responsable du ministère déclare : Parmi les étudiants inscrits à l'université, moins d'un sur quatre et plus d'un sur cinq sont inscrits dans un établissement d'Île-de-France. Que peut-on penser de cette affirmation ?



Exercice 7

Hand Spinner

L'entreprise *Gadgets En Stock* vend des *hand spinners*. Elle les achète auprès de trois fournisseurs étrangers Advanceplay, Betterspin et Coolgame. Advanceplay et Betterspin fournissent chacun 30 % des *hand spinners* de *Gadgets En Stock*. Coolgame fournit les 40 % restant.

Les données de ces trois entreprises indiquent que :

- 1 % des *hand spinners* provenant du fournisseur Advanceplay sont défectueux ;
- 4 % des *hand spinners* provenant du fournisseur Betterspin sont défectueux ;
- 2 % des *hand spinners* provenant du fournisseur Coolgame sont défectueux.

On choisit de façon équiprobable un *hand spinner* dans le stock de l'entreprise *Gadgets En Stock* et on définit les événements suivants :

A : le *hand spinner* provient du fournisseur Advanceplay B : le *hand spinner* provient du fournisseur Betterspin

C : le *hand spinner* provient du fournisseur Coolgame D : le *hand spinner* est défectueux

1. Compléter l'arbre pondéré ci-contre.
2. Calculer la probabilité que le *hand spinner* choisi provienne du fournisseur Betterspin et soit défectueux.
3. Montrer que la probabilité que le *hand spinner* choisi soit défectueux est égale à 0,023.
4. On achète un *hand spinner* chez *Gadgets En Stock*. On constate que celui-ci est défectueux. Quelle est la probabilité qu'il provienne du fournisseur Coolgame ?

