

Exponentiel prolongement suites géométriques - Plan de travail

Tstmg – janvier 2026

Savoir-faire de la séquence

- Connaître et utiliser le sens de variation des fonctions de la forme $x \mapsto ka^x$, selon le signe de k et les valeurs de a .
- Connaître les propriétés algébriques des fonctions exponentielles et les utiliser pour transformer des écritures numériques ou littérales

1 Prolongement des suites géométriques

- Q** Exercice 1: Croissance d'une entreprise☆☆☆☆☆
- Q** Exercice 2: Chiffre d'affaires d'une start-up☆☆☆☆☆

2 Représentation graphiques

- Exercice 3: Représentation graphique des fonctions puissances☆☆☆☆☆
- Exercice 4: Lien entre la fonction et le graphique☆☆☆☆☆

3 Manipulation algébriques

- Exercice 5: Produits et quotients de puissances☆☆☆☆☆
- Exercice 6: Sommes et factorisations☆☆☆☆☆
- Exercice 7: Manipulation d'expressions de fonctions☆☆☆☆☆

4 Mise en situations

- Exercice 8: Concentration dans le sang☆☆☆☆☆
- Exercice 9: Dépréciation d'un véhicule☆☆☆☆☆
- Exercice 10: Évolution du nombre d'abonnés☆☆☆☆☆

Exercice 1 **Q** Croissance d'une entreprise

En 2020, une entreprise valait 1 000 000 d'euros. Chaque année elle prévoir sa valeur sera multipliée par 1,5.

On note $u(n)$ la valeur de l'entreprise à l'année $(2020 + n)$ ainsi $u(0) = 1\,000\,000$

- 1 Quel est le taux d'évolution annuel de la valeur de cette entreprise?
- 2 Quelle est la nature de la suite? Préciser les paramètres.
- 3 Quelle est sa valeur en 2021? 2022? 2030?
- 4 On suppose la croissance de l'entreprise est identique depuis 2010. Quelle était sa valeur en 2019? 2018? 2010?
- 5 Quelle est sa valeur au milieu de l'année 2020? Au milieu de l'année 2019?
- 6 Proposer une formule pour calculer sa richesse à n'importe quel moment.

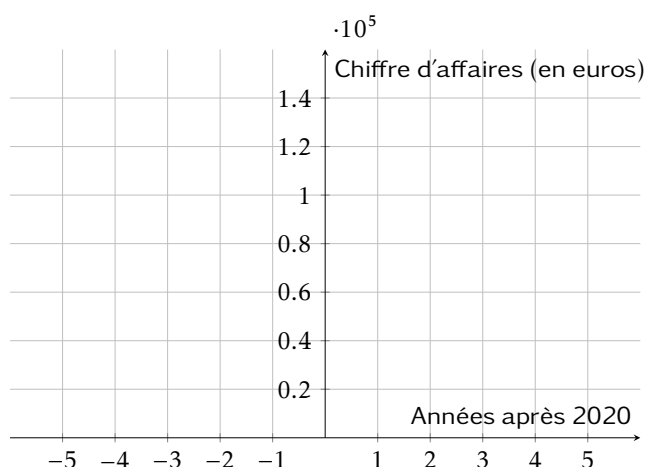
Exercice 2

Chiffre d'affaires d'une start-up

En 2020, une start-up a réalisé un chiffre d'affaires de 50 000 euros. Chaque année, elle prévoit que son chiffre d'affaires sera multiplié par 1,2.

On note $u(n)$ le chiffre d'affaires de la start-up à l'année $(2020 + n)$ ainsi $u(0) = 50\,000$.

- 1 Quel est le taux d'évolution annuel du chiffre d'affaires de cette start-up?
- 2 Quelle est la nature de la suite? Préciser les paramètres.
- 3 Quel sera le chiffre d'affaires en 2021? 2022? 2025?
- 4 On suppose que la croissance de la start-up est identique depuis 2015. Quel était son chiffre d'affaires en 2019? 2018? 2015?
- 5 Quel sera le chiffre d'affaires au milieu de l'année 2021 (à mi-parcours)? Au milieu de l'année 2020?
- 6 Proposer une formule pour calculer le chiffre d'affaires à n'importe quel moment.
- 7 Compléter le graphique ci-dessous en plaçant les points correspondant aux années de 2015 à 2025.



Exercice 3

Représentation graphique des fonctions puissances

Voici 9 fonctions exponentielles de la forme $k \times a^x$.

$$a(x) = 0.3^x$$

$$b(x) = 0.7^x$$

$$c(x) = 2^x$$

$$d(x) = 4^x$$

$$e(x) = -4 \times 1.4^x$$

$$f(x) = -2 \times 0.7^x$$

$$g(x) = 3 \times 1.1^x$$

$$h(x) = 3 \times 0.7^x$$

$$i(x) = -3 \times 0.7^x$$

- 1 Ranger les fonctions dans le tableau suivant en fonction de la valeur de k et de a .

	$k > 0$	$k < 0$
$0 < a < 1$		
$1 < a$		

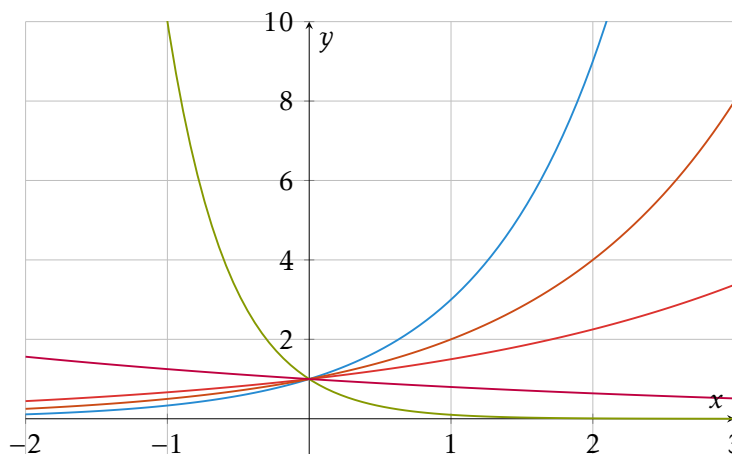
- 2 Tracer les fonctions sur la calculatrice (ou à la main) et refaire le tableau précédent en traçant l'allure des courbes en fonction des valeurs de k et de a .
- 3 À quelles conditions sur a et k les fonctions exponentielles sont elles croissantes?

Exercice 4

Lien entre la fonction et le graphique

On a représenté graphiquement ci-contre 5 fonctions puissance. Vous devez relier chaque graphique avec une des fonctions ci-dessous..

- $f(x) = 3^x$
- $g(x) = 1,5^x$
- $h(x) = 0,1^x$
- $i(x) = 2^x$
- $j(x) = 0,8^x$



Exercice 5

Produits et quotients de puissances

Simplifier les expressions suivantes en utilisant les règles sur les produits et quotients de puissances. Donner le résultat sous la forme $a \times b^n$ où n est un nombre entier.

1 $A = 5^2 \times 5^{-3} \times 5^5$

2 $B = \frac{1,5^3}{1,5^6}$

3 $C = (2^2)^5 \times 2^{-3}$

4 $D = \frac{3^7 \times 3^{-2}}{3^4}$

5 $E = \frac{10^5}{10^{-3} \times 10^2}$

6 $F = (1,2^3)^2 \times 1,2^{-4}$

7 $G = \frac{(0,5^2)^3}{0,5^5}$

8 $H = 2^3 \times 2^{-5} \times 2^7$

9 $I = \frac{7^{10}}{7^3 \times 7^5}$

Exercice 6

Sommes et factorisations

Simplifier les expressions suivantes en factorisant. Donner le résultat sous la forme $a \times b^n$ où n est un nombre entier.

1 $A = 2 \times 10^3 + 10^3$

2 $B = 5^4 + 2 \times 5^4$

3 $C = 3 \times 2^5 - 2^5$

4 $D = 1,5^{10} + 3 \times 1,5^{10}$

5 $E = 7 \times 3^6 - 4 \times 3^6$

6 $F = 0,8^3 + 0,8^3 + 0,8^3$

7 $G = 5 \times 10^7 - 2 \times 10^7$

8 $H = 2^8 - 2^8 + 3 \times 2^8$

9 $I = 4 \times 1,1^5 + 6 \times 1,1^5$

Exercice 7

Manipulation d'expressions de fonctions

Réduire les expressions suivantes pour obtenir des fonctions exponentielles de la forme $f(x) = k \times a^x$ où k et a sont des nombres réels.

1 $f(x) = 10^x + 10^x + 10^x$

2 $g(x) = (2^x)^3$

3 $h(x) = 3 \times 2^x + 10 \times 2^x$

4 $i(x) = 5 \times 1,5^x - 2 \times 1,5^x$

5 $j(x) = \frac{(3^x)^2}{3^x}$

6 $k(x) = 2^{2x} \times 2^x$

Exercice 8

Concentration dans le sang

On injecte dans le sang d'un patient une dose de 4mg d'un médicament. On suppose que le médicament se répartit instantanément dans le sang.

On note t le temps écoulé en minutes depuis l'injection et on modélise la quantité $Q(t)$ (en mg) de médicament présent dans le sang par la fonction définie sur $[0; +\infty[$.

$$Q(t) = 4 \times 0,85^t$$

1 Calculer et interpréter $Q(0)$, $Q(10)$, $Q(5,5)$.

2 Quel est le sens de variation de Q . Interpréter ce résultat.

3 Quelle est la quantité de médicament dans le sang 1h30 après l'injection?

4 Le médicament n'est plus efficace si sa quantité est inférieure à 1mg. Au bout de combien de temps va-t-il devenir inefficace?

Exercice 9**Dépréciation d'un véhicule**

Une entreprise achète un véhicule utilitaire neuf pour 25 000 euros. On estime que chaque année, le véhicule perd 15% de sa valeur.

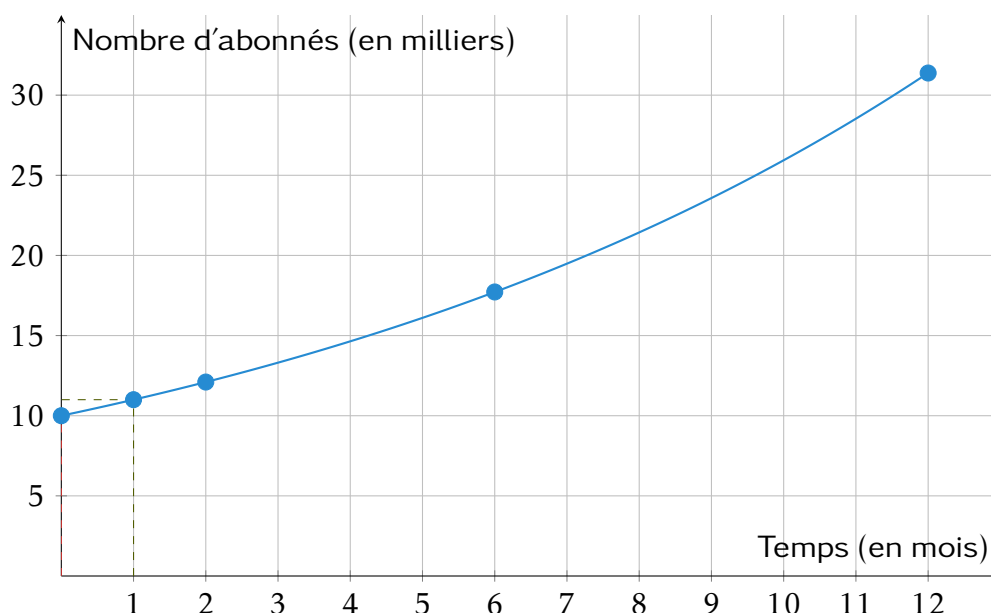
On note t le nombre d'années écoulées depuis l'achat et on modélise la valeur $V(t)$ (en euros) du véhicule par la fonction définie sur $[0; +\infty[$.

$$V(t) = 25\,000 \times 0,85^t$$

- 1 Calculer et interpréter $V(0)$, $V(1)$, $V(5)$.
- 2 Quel est le sens de variation de V ? Interpréter ce résultat dans le contexte.
- 3 Quelle sera la valeur du véhicule après 3 ans et 6 mois d'utilisation?
- 4 L'entreprise souhaite revendre le véhicule lorsque sa valeur sera inférieure à 10 000 euros. Au bout de combien d'années environ devra-t-elle le revendre?
- 5 Calculer $V(10)$. Que peut-on en conclure sur la pertinence du modèle à long terme?

Exercice 10**Évolution du nombre d'abonnés**

Une plateforme de streaming lance son service en janvier 2020. Le graphique ci-dessous représente l'évolution du nombre d'abonnés (en milliers) en fonction du temps t (en mois) écoulé depuis le lancement.



On modélise le nombre d'abonnés $N(t)$ (en milliers) par une fonction exponentielle de la forme :

$$N(t) = k \times a^t$$

où t est le temps en mois depuis le lancement, k et a sont deux nombres réels à déterminer.

- 1 À l'aide du graphique, déterminer le nombre d'abonnés au lancement (à $t = 0$). En déduire la valeur de k .
- 2 À l'aide du graphique, déterminer le nombre d'abonnés après 1 mois. En déduire la valeur de a .
- 3 Écrire l'expression de $N(t)$.
- 4 Quel est le taux d'évolution mensuel du nombre d'abonnés?
- 5 La plateforme est-elle en croissance ou en décroissance? Justifier.
- 6 Calculer $N(6)$ et vérifier graphiquement que le résultat est cohérent.
- 7 Estimer graphiquement au bout de combien de mois la plateforme aura environ 20 000 abonnés.
- 8 La plateforme sera rentable à partir de 50 000 abonnés. Au bout de combien de mois environ sera-t-elle rentable? (Utiliser la calculatrice)