Ajustement Affine - Solutions

Tstmg – janvier 2026

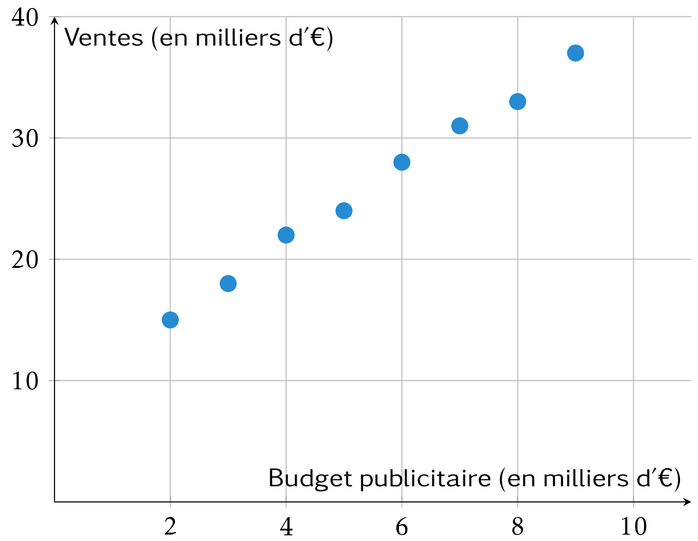
Attention – Document généré par IA

Ce document a été essentiellement généré par une intelligence artificielle (LLM) et relu dans les grandes lignes. Des erreurs, des approximations ou des méthodes inhabituelles peuvent être présentes.

Restez critique face au contenu proposé et ne le considérez pas comme une vérité absolue.

Exercice 1 — Solution — Budget publicitaire et ventes

1 Nuage de points :



Le nuage de points montre des points qui semblent alignés de manière croissante.

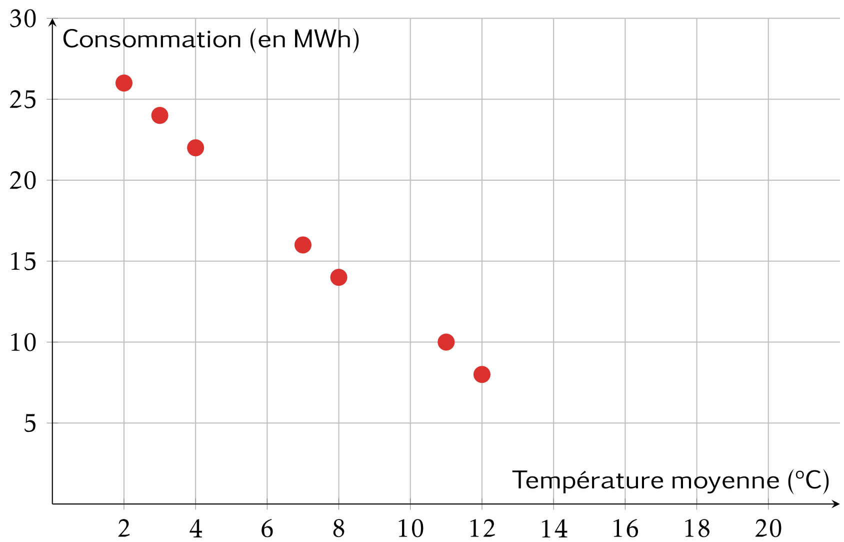
2 Pour un budget de 10 000€, on peut prolonger visuellement la tendance observée et estimer des ventes autour de 40 000€ (réponse approximative selon le tracé).

3 Pour un budget de 5 500€ (soit 5,5 milliers d'€), on peut estimer graphiquement les ventes en se plaçant entre les points correspondant à 5 et 6 milliers d'€. On obtient environ 26 000€.

4 Oui, il semble y avoir une relation linéaire croissante : plus le budget publicitaire augmente, plus les ventes augmentent. Les points semblent s'aligner selon une droite.

Exercice 2 — Solution — Température et consommation d'énergie

1 Nuage de points :



Le nuage de points montre une tendance décroissante.

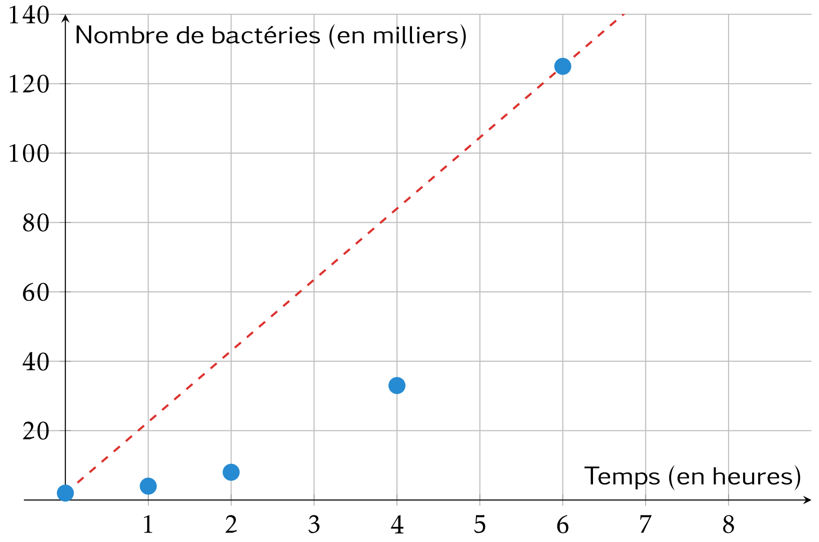
2 Pour 6°C, en suivant la tendance du nuage, on peut estimer une consommation autour de 18-19 MWh.
Pour 0°C, en prolongeant la tendance, on peut estimer une consommation autour de 28 MWh.

3 Il y a une relation linéaire décroissante : plus la température augmente, moins on consomme de chauffage. C'est logique car quand il fait plus chaud dehors, on a moins besoin de chauffer.

4 Pour 20°C, cette extrapolation n'est pas très pertinente car :
- 20°C est en dehors de la plage des données observées (2°C à 12°C)
- À 20°C, on ne chauffe probablement plus du tout (consommation nulle ou très faible)
- Le modèle linéaire risque de donner une valeur négative, ce qui n'a pas de sens

Exercice 3 — Solution — Croissance d'une population de bactéries

1 Nuage de points :



Le nuage de points montre une forme **courbe** (croissance accélérée). Les points ne sont clairement PAS alignés.

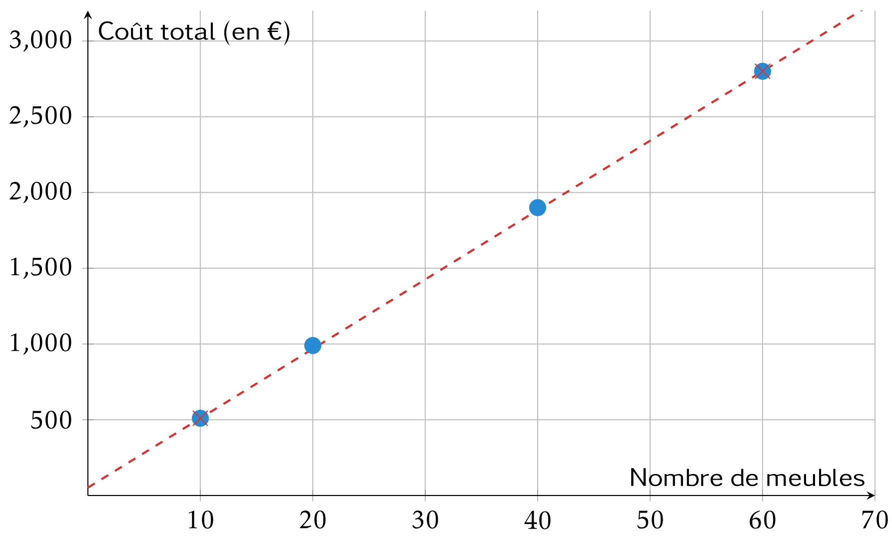
2 **NON**, un modèle linéaire (comme dans les deux exercices précédents) ne serait PAS pertinent car :
Pour estimer le nombre de bactéries après 3h :
- Avec une droite « au jugé » (en rouge pointillé), on obtiendrait environ 60-65 milliers
- Mais en observant la tendance réelle (courbe verte), on devrait avoir environ 16 milliers
- La droite surestime fortement car elle ne capture pas la nature de la croissance

Pour estimer le nombre de bactéries après 8h :
- Avec une droite, on obtiendrait environ 165 milliers
- Mais la croissance s'accélère : on devrait avoir bien plus (plusieurs centaines de milliers)
- La droite sous-estime fortement les valeurs futures

Conclusion : Les points ne sont pas alignés, la croissance s'accélère de plus en plus. C'est une croissance exponentielle, pas linéaire. Un ajustement affine donnerait des prédictions complètement fausses.
Il ne faut pas forcer un ajustement affine quand les données ne le permettent pas !

Exercice 4 — Solution — Coût de production

1 Nuage de points avec droite d'ajustement « au jugé » :



2 Droite tracée passant au mieux par les points (en rouge pointillé). Plusieurs réponses sont possibles.

3 Exemple : si on choisit les points (10 ; 510) et (60 ; 2800) sur la droite tracée (marqués par des croix rouges) :

$$a = \frac{2800 - 510}{60 - 10} = \frac{2290}{50} = 45,8$$
$$b = 510 - 45,8 \times 10 = 510 - 458 = 52$$

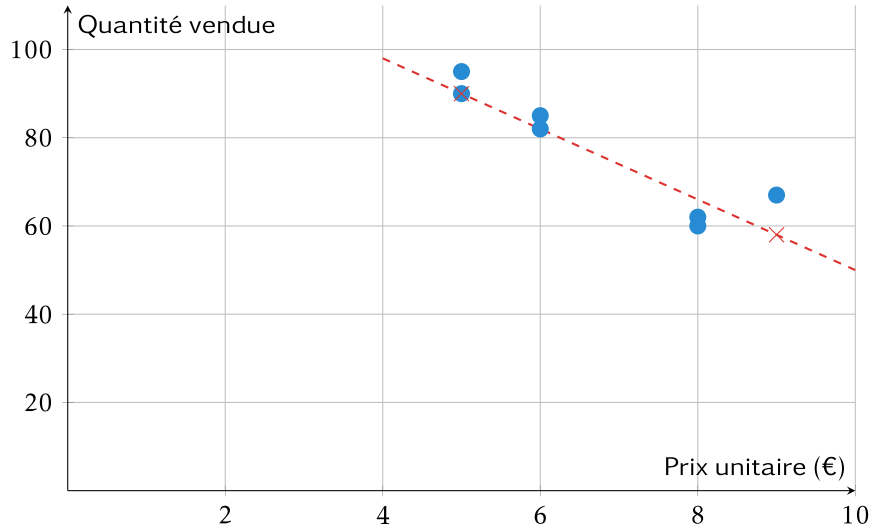
Équation : $y = 45,8x + 52$

4 Pour 30 meubles : $y = 45,8 \times 30 + 52 = 1374 + 52 = 1426€$

Note : Les valeurs peuvent varier selon la droite tracée.

Exercice 5 — Solution — Ventes et prix

1 Nuage de points avec droite d'ajustement :



2 Droite décroissante tracée (en rouge pointillé). On observe que les points sont plus dispersés que dans l'exercice précédent.

3 Exemple avec les points (5 ; 90) et (9 ; 58) marqués par des croix rouges :

$$a = \frac{58 - 90}{9 - 5} = \frac{-32}{4} = -8$$
$$b = 90 - (-8) \times 5 = 90 + 40 = 130$$

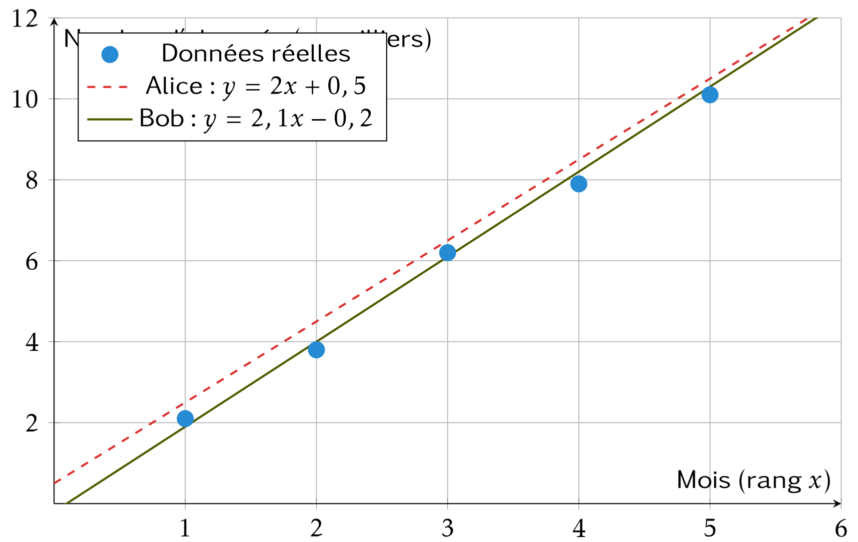
Équation : $y = -8x + 130$

4 Pour $x = 7,5$: $y = -8 \times 7,5 + 130 = -60 + 130 = 70$ unités

Note : Les valeurs peuvent varier selon la droite tracée. Avec ces données dispersées, l'ajustement est moins précis.

Exercice 6 — Solution — Comparaison d'ajustements

1 **Visualisation graphique des deux ajustements :**



2 D'après le graphique, la droite de Bob (en vert) semble plus proche des points que celle d'Alice (en rouge pointillé). La droite de Bob paraît donc plus pertinente.

3 On cherche à évaluer par des calculs laquelle de ces deux droites est la plus "proche" du nuage de points.

a. Tableau pour Alice ($y = 2x + 0,5$) :

Mois (rang x)	1	2	3	4	5
Estimation de Alice	2,5	4,5	6,5	8,5	10,5
Écart avec réelles	$-0,4$	$-0,7$	$-0,3$	$-0,6$	$-0,4$
Carrés des écarts	0,16	0,49	0,09	0,36	0,16

Calcul des écarts : Écart = Valeur réelle - Estimation

- Pour $x = 1$: $2,1 - 2,5 = -0,4$
- Pour $x = 2$: $3,8 - 4,5 = -0,7$
- etc.

b. Somme des carrés des écarts pour Alice :

$$0,16 + 0,49 + 0,09 + 0,36 + 0,16 = 1,26$$

Le "score" de la droite d'Alice est donc $1,26$.

c. Tableau pour Bob ($y = 2,1x - 0,2$) :

Mois (rang x)	1	2	3	4	5
Estimation de Bob	1,9	4,0	6,1	8,2	10,3
Écart avec réelles	0,2	$-0,2$	0,1	$-0,3$	$-0,2$
Carrés des écarts	0,04	0,04	0,01	0,09	0,04

Somme des carrés des écarts pour Bob :

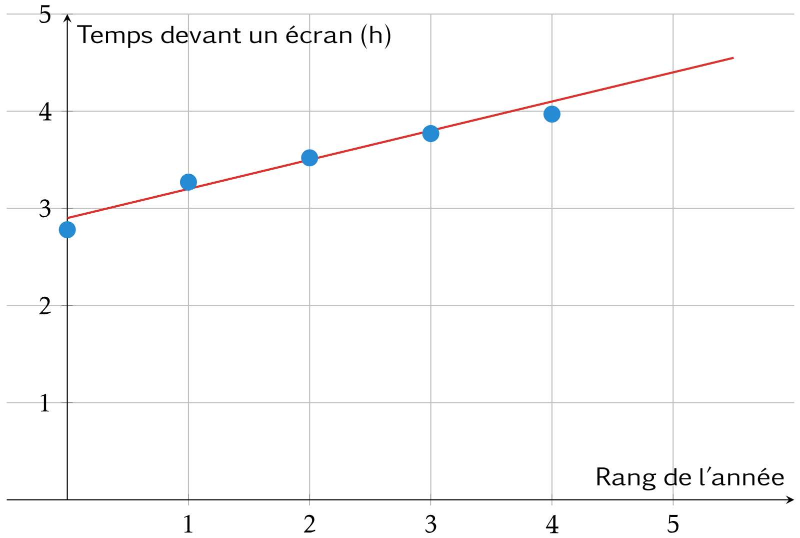
$$0,04 + 0,04 + 0,01 + 0,09 + 0,04 = 0,22$$

Le "score" de la droite de Bob est donc $0,22$.

d. L'ajustement de Bob est meilleur car la somme des carrés des écarts est plus petite ($0,22 < 1,26$).
Cela signifie que sa droite (en vert) passe plus près des points du nuage. On peut le constater visuellement sur le graphique.
Principe : Plus le score est petit, meilleure est la droite d'ajustement.

Exercice 7 — Solution — Temps devant un ordinateur

1 Nuage de points :



2 Avec la calculatrice, on obtient : $y \approx 0,298x + 2,796$
En arrondissant au millième : $y \approx 0,298x + 2,796$

3 a. La droite d'équation $y = 0,3x + 2,9$ est tracée en rouge sur le graphique ci-dessus.

b. En 2018, le rang est $x = 5$ (car 2018 = 2013 + 5).
$y = 0,3 \times 5 + 2,9 = 1,5 + 2,9 = 4,4$ heures
En 2018, on estime le temps quotidien passé devant un écran à environ 4,4 heures.

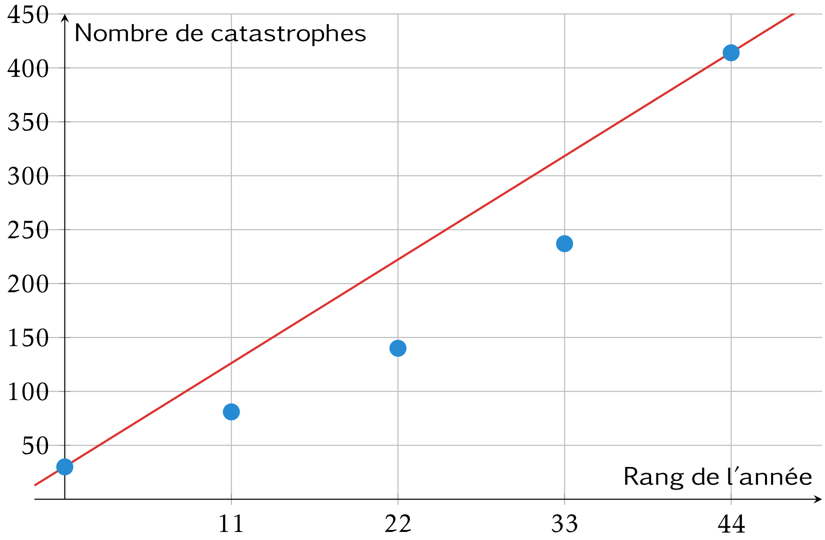
c. On cherche quand $y = 5$:

$$\begin{aligned} 0,3x + 2,9 &= 5 \\ 0,3x &= 5 - 2,9 \\ 0,3x &= 2,1 \\ x &= \frac{2,1}{0,3} = 7 \end{aligned}$$

Pour $x = 7$, l'année est 2013 + 7 = 2020.
D'après ce modèle, on atteindra les 5 heures quotidiennes devant un écran en 2020.

Exercice 8 — Solution — Catastrophes

1 Nuage de points :



2 a. Avec la calculatrice (méthode des moindres carrés), on obtient :
$y \approx 8,73x + 30,2$
La droite est tracée en rouge sur le graphique ci-dessus.

b. En 1990, le rang est $x = 1990 - 1955 = 35$.
$y = 8,73 \times 35 + 30,2 = 305,55 + 30,2 = 335,75 \approx 336$
On estime qu'il y a eu environ 336 catastrophes naturelles en 1990.

3 En 1999, il y avait 414 catastrophes. Avec une augmentation de 27%, on a :

$$\begin{aligned} \text{Nombre en 2000} &= 414 \times (1 + 0,27) \\ &= 414 \times 1,27 \\ &= 525,78 \approx 526 \end{aligned}$$

L'année 2000 a compté environ 526 catastrophes naturelles.

4 De 2000 à 2016, il y a 16 ans. On a :

$$\begin{aligned} \text{Valeur finale} &= \text{Valeur initiale} \times (1 + t)^{16} \\ 526 \times (1 - 0,435) &= 526 \times (1 + t)^{16} \\ 526 \times 0,565 &= 526 \times (1 + t)^{16} \\ 0,565 &= (1 + t)^{16} \\ (1 + t) &= \sqrt[16]{0,565} \\ (1 + t) &\approx 0,9646 \\ t &\approx -0,0354 \end{aligned}$$

Le taux d'évolution annuel moyen est d'environ $-3,54\%$ (diminution de 3,54% par an).