

# Taux moyen - Solutions

Tstmg – mars 2026



Attention – Document généré par IA

Ce document a été essentiellement généré par une intelligence artificielle (LLM) et relu dans les grandes lignes. Des erreurs, des approximations ou des méthodes inhabituelles peuvent être présentes.

Restez critique face au contenu proposé et ne le considérez pas comme une vérité absolue.

## Exercice 1

## Solution

## Découpage de l'année

### 1 Modélisation

- Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 30% est 1,30.  
Nombre d'abonnés au début 2025 :  $1000 \times 1,30 = 1300$  abonnés.
- Le nombre d'abonnés évolue selon une loi exponentielle de base 1,30. En notant  $x$  le nombre d'années écoulées depuis le début 2024 :

$$f(x) = 1000 \times 1,30^x$$

### 2 Découpage en semestre

- La durée d'un semestre est de 6 mois, soit  $\frac{1}{2}$  année.  
Nombre d'abonnés à la fin du premier semestre :

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1000 \times 1,30^{1/2} = 1000 \times \sqrt{1,30} \approx 1140,18 \text{ abonnés}$$

- Taux d'évolution entre le début d'année et la fin du premier semestre :

$$t_1 = \frac{1140,18 - 1000}{1000} = 0,14018 \approx 14,02\%$$

- Taux d'évolution entre la fin du premier semestre et la fin d'année :

$$t_2 = \frac{1300 - 1140,18}{1140,18} \approx 0,14018 \approx 14,02\%$$

- Le taux d'évolution moyen par semestre  $t_m$  vérifie :

$$(1 + t_m)^2 = 1,30 \Rightarrow 1 + t_m = \sqrt{1,30} \approx 1,1402 \Rightarrow t_m \approx 14,02\%$$

Le taux d'évolution moyen par semestre est d'environ 14,02%.

### 3 Découpage en trimestre

- Un trimestre représente  $\frac{1}{4}$  d'année.  
Nombre d'abonnés à la fin du premier trimestre :

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 1000 \times 1,30^{1/4} \approx 1000 \times 1,0678 \approx 1067,8 \text{ abonnés}$$

- Taux d'évolution entre le début d'année et la fin du premier trimestre :

$$t = \frac{1067,8 - 1000}{1000} \approx 6,78\%$$

- Le taux d'évolution moyen par trimestre  $t_m$  vérifie :

$$(1 + t_m)^4 = 1,30 \Rightarrow 1 + t_m = 1,30^{1/4} \approx 1,0678 \Rightarrow t_m \approx 6,78\%$$

Le taux d'évolution moyen par trimestre est d'environ 6,78%.

### 4 Découpage en mois

- Un mois représente  $\frac{1}{12}$  d'année. Le taux d'évolution moyen par mois  $t_m$  vérifie :

$$(1 + t_m)^{12} = 1,30 \Rightarrow 1 + t_m = 1,30^{1/12} \approx 1,02233 \Rightarrow t_m \approx 2,23\%$$

Le taux d'évolution moyen par mois est d'environ 2,23%.

1 Les coefficients multiplicateurs sont 1,20, 1,25 et 1,30.

- CA 2021 :  $30\,000 \times 1,20 = 36\,000$  €
- CA 2022 :  $36\,000 \times 1,25 = 45\,000$  €
- CA 2023 :  $45\,000 \times 1,30 = 58\,500$  €

2 Le coefficient multiplicateur global est :

$$1,20 \times 1,25 \times 1,30 = 1,95$$

Le taux d'évolution global est donc  $1,95 - 1 = 0,95$ , soit **95%**.

3 Le taux d'évolution moyen annuel  $t_m$  vérifie  $(1 + t_m)^3 = 1,95$ , donc :

$$1 + t_m = 1,95^{1/3} \approx 1,2493 \Rightarrow t_m \approx 24,93\%$$

Le taux d'évolution moyen annuel est d'environ **24,93%**.

## Exercice 3

## Solution

## Sociétaires d'une mutuelle

1 Le coefficient multiplicateur global est :

$$1,10 \times 1,06 \times 1,05 = 1,2243$$

Le taux d'évolution global est  $1,2243 - 1 = 0,2243$ , soit **22,43%**.

2 Le taux d'évolution moyen annuel  $t_m$  vérifie  $(1 + t_m)^3 = 1,2243$ , donc :

$$1 + t_m = 1,2243^{1/3} \approx 1,0698 \Rightarrow t_m \approx 6,98\%$$

Le taux d'évolution annuel moyen est d'environ **6,98%**.

## Exercice 4

## Solution

## Techniques

1 Le coefficient multiplicateur global est 1,20 sur 10 ans. Le taux moyen annuel  $t_m$  vérifie :

$$(1 + t_m)^{10} = 1,20 \Rightarrow 1 + t_m = 1,20^{1/10} \approx 1,0184 \Rightarrow t_m \approx 1,84\%$$

2 a. Taux d'évolution global :

$$t = \frac{385 - 60}{60} = \frac{325}{60} \approx 5,4167 \approx 541,67\%$$

b. De 2002 à 2009, il s'écoule 7 ans. Le coefficient multiplicateur global est  $\frac{385}{60}$ . Le taux moyen annuel  $t_m$  vérifie :

$$(1 + t_m)^7 = \frac{385}{60} \Rightarrow 1 + t_m = \left(\frac{385}{60}\right)^{1/7} \approx 1,3042 \Rightarrow t_m \approx 30,42\%$$

3 a. Taux d'évolution global :

$$t = \frac{555\,239 - 620\,214}{620\,214} \approx -0,1048 \approx -10,48\%$$

b. De 2011 à 2015, il s'écoule 4 ans. Le coefficient multiplicateur global est  $\frac{555\,239}{620\,214}$ . Le taux moyen annuel  $t_m$  vérifie :

$$(1 + t_m)^4 = \frac{555\,239}{620\,214} \Rightarrow 1 + t_m \approx 0,9727 \Rightarrow t_m \approx -2,73\%$$

Le nombre d'abonnés a diminué en moyenne de 2,73% par an.

## Exercice 5

## Solution

## Successifs

Pour chaque ligne, on calcule le coefficient multiplicateur global (produit des CM), puis le taux global et le taux moyen.

**Méthode :**  $CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times CM_3 \times CM_4$ , taux global =  $CM_{\text{global}} - 1$ , taux moyen =  $CM_{\text{global}}^{1/4} - 1$ .

Évo. 1	Évo. 2	Évo. 3	Évo. 4	Taux global	Taux moyen
+10%	+5%	-8%	+12%	$\approx +19,01\%$	$\approx +4,45\%$
+20%	-10%	+15%	-5%	$\approx +17,99\%$	$\approx +4,22\%$
-8%	-15%	-5%	-12%	$\approx -34,62\%$	$\approx -10,08\%$

Détail ligne 1 :  $1,10 \times 1,05 \times 0,92 \times 1,12 = 1,1901$  taux global  $\approx 19,01\%$ , taux moyen =  $1,1901^{1/4} - 1 \approx 4,45\%$ .

Détail ligne 2 :  $1,20 \times 0,90 \times 1,15 \times 0,95 = 1,1799$  taux global  $\approx 17,99\%$ , taux moyen  $\approx 4,22\%$ .

Détail ligne 3 :  $0,92 \times 0,85 \times 0,95 \times 0,88 = 0,6538$  taux global  $\approx -34,62\%$ , taux moyen  $\approx -10,08\%$ .

Les infographies présentent des hausses annuelles successives du prix de l'électricité et en déduisent un taux global en additionnant ces pourcentages. C'est une erreur.

**L'erreur :** on ne peut pas additionner des taux d'évolution successifs pour obtenir le taux global.

**La méthode correcte :** il faut composer les coefficients multiplicateurs.

Si les hausses successives sont  $t_1, t_2$  et  $t_3$ , le taux global vérifie :

$$1 + t_{\text{global}} = (1 + t_1)(1 + t_2)(1 + t_3)$$

et non  $t_{\text{global}} = t_1 + t_2 + t_3$ .

**Conséquence :** le taux global réel est toujours supérieur à la somme des taux (pour des hausses positives), car chaque augmentation s'applique sur une base déjà revalorisée.

**Correction :** à partir des montants des factures données dans la première infographie, on calcule le coefficient multiplicateur global  $CM = \frac{\text{prix final}}{\text{prix initial}}$ , puis le vrai taux global =  $CM - 1$ .

1 Le taux d'évolution global entre 2020 et 2023 :

$$t = \frac{127,3 - 100}{100} = 0,273 \approx 27,30\%$$

2 Le coefficient multiplicateur global est  $\frac{127,3}{100} = 1,273$ . Sur 3 ans, le taux moyen annuel  $t_m$  vérifie :

$$(1 + t_m)^3 = 1,273 \Rightarrow 1 + t_m = 1,273^{1/3} \approx 1,0838 \Rightarrow t_m \approx 8,38\%$$

- 3
- 2020 à 2021 :  $t_1 = \frac{107,7-100}{100} = 7,70\%$
  - 2021 à 2022 :  $t_2 = \frac{119,7-107,7}{107,7} \approx 11,14\%$
  - 2022 à 2023 :  $t_3 = \frac{127,3-119,7}{119,7} \approx 6,35\%$

4 Le taux moyen est d'environ 8,38%. Seule l'année 2021–2022 (11,14%) présente une évolution supérieure à la moyenne. Les années 2020–2021 (7,70%) et 2022–2023 (6,35%) sont en dessous.

1 L'indice en janvier 2017 est 123,5 (base 100 en janvier 2005) et le prix en janvier 2017 est 4 500 €, donc :

$$\text{Prix janvier 2005} = \frac{4500 \times 100}{123,5} \approx 3644 \text{ €}$$

2 Le prix d'un mois s'obtient en multipliant le prix du mois précédent par le coefficient multiplicateur associé au taux d'évolution de la ligne 3. La formule en C4 est :

$$=B4*(1+C3/100)$$

recopiée vers la droite jusqu'en I4.

3 a. Le taux d'évolution de janvier à août 2017 :

$$t = \frac{179,9 - 123,5}{123,5} \approx 0,4567 \approx 45,7\%$$

b. De janvier à août, il s'écoule 7 évolutions mensuelles. Le taux moyen mensuel  $t_m$  vérifie :

$$(1 + t_m)^7 = \frac{179,9}{123,5} \Rightarrow 1 + t_m = \left(\frac{179,9}{123,5}\right)^{1/7} \approx 1,0552 \Rightarrow t_m \approx 5,5\%$$

4 Le prix en mai 2017 s'obtient à partir du prix de janvier 2005 et de l'indice de mai :

$$\text{Prix mai} = 3644 \times \frac{139,6}{100} \approx 5087 \text{ €}$$

5 a. L'indice en octobre 2017 :

$$\text{Indice} = \frac{6500}{3644} \times 100 \approx 178,4$$

b. Si le taux moyen de 5,5% s'était poursuivi pendant les 2 mois suivant août, l'indice prévu en octobre serait :

$$179,9 \times (1,055)^2 \approx 200,3$$

Or l'indice réel est 178,4, très inférieur à 200,3. L'évolution moyenne de 5,5% par mois ne s'est pas poursuivie après août 2017.

- 1 La cellule C4 doit calculer le taux d'évolution entre B3 et C3. La formule est :

$$=(C3-B3)/B3$$

La cellule étant au format pourcentage, la valeur est automatiquement affichée en %.

Vérification :  $\frac{1,49-1,47}{1,47} \approx 0,0136 = 1,36\%$  ☒

- 2 Le taux d'évolution global entre 2012 et 2015 :

$$t = \frac{2,10 - 1,60}{1,60} = \frac{0,50}{1,60} = 0,3125 \approx 31,25\%$$

- 3 De 2012 à 2015, il s'écoule 3 ans. Le coefficient multiplicateur global est  $\frac{2,10}{1,60} = 1,3125$ . Le taux moyen annuel  $t_m$  vérifie :

$$(1 + t_m)^3 = 1,3125 \Rightarrow 1 + t_m = 1,3125^{1/3} \approx 1,0949 \Rightarrow t_m \approx 9,5\%$$

Le taux d'évolution annuel moyen entre 2012 et 2015 est d'environ **9,5%**.

1  $x^5 = 10 \Rightarrow x = 10^{1/5} \approx 1,585$

2  $x^3 = 2 \Rightarrow x = 2^{1/3} \approx 1,260$

3  $x^4 = 1,5 \Rightarrow x = 1,5^{1/4} \approx 1,107$

4  $x^7 = 3 \Rightarrow x = 3^{1/7} \approx 1,170$

5  $x^2 = 1,21 \Rightarrow x = \sqrt{1,21} = 1,1$  (exact)

6  $x^6 = 0,8 \Rightarrow x = 0,8^{1/6} \approx 0,963$