

Somme et suite - Plan de travail

Tstmg – avril 2026

Savoir-faire de la séquence

- Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique.
- Reconnaître une situation relevant du calcul d'une somme de termes consécutifs d'une suite.
- Utiliser la notation Σ sur des exemples variés.





1 Découverte de la problématique

-  Exercice 1: Situations ☆☆☆☆☆

2 Manipulation du symbole somme

-  Exercice 2: Technique ☆☆☆☆☆

3 Somme des termes d'une suite

-  Exercice 3: Technique ☆☆☆☆☆
-  Exercice 4: Consommation de cigarettes ☆☆☆☆☆
-  Exercice 5: Mégot de cigarettes ☆☆☆☆☆
-  Exercice 6: Contrat d'entretien ☆☆☆☆☆

4 Exercices bilan

- Exercice 7: PIB par habitant ☆☆☆☆☆
- Exercice 8: Papillons ☆☆☆☆☆

Légende:  pour découvrir quelque chose  à faire en groupe  pour s'entraîner

Exercice 1 Situations

Choisir une situation parmi celles proposées ci-dessous. Vous devrez interroger ces situations de façon pertinente et produire un dossier apportant les réponses à ces questions.

- 1 Une entreprise propose à ses employés deux primes étalées sur 3ans.
 - Prime 1: 100€le premier mois puis la prime augmente de 2€par mois.
 - Prime 2: 90€le premier mois puis la prime augmente de 2,5% par mois.
- 2 Le gouvernement annonce investir 2miliard d'euros dans la santé sur 10 ans. Il envisage deux modèles
 - Modèle 1: 100 millions d'euro d'investissement la première année puis l'investissement augmente de 30 millions d'euros par ans.
 - Modèle 2: 50 millions d'euro d'investissement la première année puis l'investissement augmente de 30% par ans.
- 3 Un accord contraint les usines a ne pas pouvoir rejeter plus de 10 millions de tonnes de produits chimique dans un fleuve sur 3ans. Voici deux plans de réduction des rejets:
 - Usine 1: 400 000 tonnes de rejets par mois puis une diminution de ces rejets de 2 000 tonnes par mois.
 - Usine 1: 500 000 tonnes de rejets par mois puis une diminution de ces rejets de 4% par mois.
- 4 On compare la population de deux villes sur 10 ans qui est initialement de 20 000 habitants. Seul l'évolution démographique est différente.
 - Ville 1: 150 naissances la première année puis une augmentation de 20 naissances tous les ans.
 - Ville 2: 100 naissances la première année puis une augmentation de 15% tous les ans.

Barème

- (raisonner) Pertinence de la/des questions posées 1pt
- (modélisation) Choix des outils mathématiques utilisés 2pts
- (raisonner) Rigueur des explications apportés 1pt
- (communiquer) Clarté des explications 2pts
- (représenter) Graphiques et schémas des évolutions 2pts
- (calculer) Utilisation du tableur 2pts

Exercice 2 **Technique**

Pour chaque question, **détailler** la somme puis la **calculer**.

1 $\sum_{k=0}^5 (2k + 1)$

2 $\sum_{k=1}^8 3k$

3 $\sum_{k=0}^5 k^2$

4 $\sum_{k=0}^7 4 \times 1,2^k$

5 $\sum_{k=3}^6 100 \times 0,5^{k-1}$

6 $\sum_{k=7}^{10} (5k - 3)$

Exercice 3 **Technique**

Expliciter puis calculer la somme $\sum_{n=0}^{20} u_n$ pour les suites suivantes

1 (u_n) arithmétique de raison $r = 3$ et de premier terme $u_0 = 1$

2 (u_n) arithmétique de raison $r = -2$ et de premier terme $u_0 = 50$

3 (u_n) géométrique de raison $q = 1.5$ et de premier terme $u_0 = 10$

4 (u_n) géométrique de raison $q = 0.7$ et de premier terme $u_0 = 100$

Exercice 4 **Consommation de cigarettes**

Bob décide d'arrêter de fumer au premier janvier. Il décide de le faire progressivement. Il sait qu'il consomme 140 cigarettes par semaine. Il souhaite alors partir de ce point la première semaine puis de diminuer chaque semaine de 20 cigarettes. On note (u_n) le nombre de cigarette que Bob projeté de fumer par semaine.

1 Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser ses paramètres. Expliciter la formule de récurrence et la formule explicite.

2 Combien de temps faudra-il à Bob pour arrêter de fumer?

3 Combien de cigarettes aura-t-il fumé en tout depuis qu'il aura décidé d'arrêter?

Exercice 5 **Mégot de cigarettes**

Pour rendre sa ville plus agréable et lutter contre les mégots jetés par terre. Le maire d'une commune dépose un arrêté prévoyant une amende de 160€ en cas de flagrant délit. Cette mesure est sensé faire diminuer le nombre de mégots jetés par terre de 15% par an. Il était temps, en 2019, les agents publics en avait ramassé 20 000.

1 On note (u_n) la suite modélisant le nombre de mégots jeté par terre en 1 ans à partir de l'année 2019. Décrire la suite (u_n) .

2 Combien d'années faudra-t-il attendre pour que le nombre de mégots jetés par an passent en dessous de 100.

3 Combien de mégots auront été alors jeté depuis la mise en place de l'arrêté?

Exercice 6

Contrat d'entretien

Monsieur Eliot a le projet de souscrire à un contrat d'entretien pour sa chaudière à partir de janvier 2027. Il contacte deux entreprises qui lui proposent les contrats suivants

- **Contrat Chauffeco:** contrat sur 10 ans, avec un versement de 150€ la première année puis une augmentation des versements de 3,25€ tous les ans jusqu'à la fin du contrat.
- **Contrat Chauffmax:** contrat sur 10 ans, avec un versement de 150€ la première année puis une augmentation des versements de 2% par an jusqu'à la fin du contrat.

- 1 Modéliser par deux suites les versements de chaque contrat. Préciser la nature et les paramètres des suites.
- 2 Calculer la valeur du dernier versement pour les deux contrats.
- 3 Calculer la somme des deux contrats.
- 4 Lequel de ces deux contrats est le plus intéressant d'un point de vue financier?

Exercice 7

PIB par habitant

Le tableau ci-dessous donne le PIB par habitant des États-Unis, exprimé en standard de pouvoir PIB par habitant des États-Unis (en SPA), pour les années de 2012 à 2018.

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
PIB par habitant des États-Unis d'achat (en SPA)	38 900	38 900	40 500	42 600	42 000	42 200	44 300

Source: <https://ec.europa.eu/eurostat/>

- 1 Calculer le taux d'évolution global du PIB par habitant des États-Unis entre 2012 et 2018. Le résultat sera exprimé en pourcentage et arrondi au centième.
- 2 Calculer le taux d'évolution moyen annuel du PIB par habitant des États-Unis entre 2012 et 2018 exprimé en pourcentage arrondi au centième.
- 3 On fait l'hypothèse que le taux d'évolution moyen du PIB par habitant des États-Unis est constant et égal à 2,2% entre 2018 et 2035.
On modélise l'évolution du PIB par une suite géométrique (u_n) de premier terme 44 300. Le terme u_n représente ce PIB, exprimé en SPA (unité monétaire artificielle permet de gommer les différences entre les devises), pour l'année 2018 + n où n est un entier naturel.
 - a. Préciser la valeur de la raison de cette suite géométrique.
 - b. Exprimer u_n en fonction de n .
 - c. D'après ce modèle, estimer le PIB par habitant en 2032.
 - d. Entre 2018 et 2035, combien de SPA au total aura été produit par habitant aux États-Unis?

Exercice 8

Papillons

Tous les ans à partir de fin novembre, des volontaires d'une organisation non gouvernementale de protection de la nature parcourent les côtes de la Californie pour estimer le nombre de papillons Monarques: il s'agit d'une espèce de papillons qui viennent y passer l'hiver.

On dispose des données suivantes:

Année	1997	2000	2006	2012	2019
Nombre de papillons Monarques en milliers	1 300	400	200	90	50

Partie A

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 0,1 %.

- 1 Calculer le taux d'évolution global du nombre de papillons Monarques entre 1997 et 2019.
- 2 Montrer que le taux d'évolution annuel moyen du nombre de papillons Monarques entre 1997 et 2019 est $-13,8\%$.

Partie B

On suppose qu'à partir de l'année 2019, le nombre de papillons baisse de 14% chaque année.

On décide de modéliser le nombre de papillons Monarques par une suite (u_n)

Pour tout entier naturel n , u_n désigne le nombre de milliers de papillons Monarques pour l'année $(2019 + n)$.

On a donc $u_0 = 50$.

- 1 Montrer que $u_1 = 43$.
- 2 Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $0,86$.
- 3 Exprimer, pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n .
- 4 Estimer selon ce modèle le nombre de papillons Monarques en 2029. On arrondira le résultat au millier.
- 5 Calculer le nombre total de papillons Monarques observés par l'ONG entre 2019 et 2029 selon ce modèle. On arrondira le résultat au millier.