DS3 Solution

Tstmg – 18 novembre 2025

Exercice 1 — Solution — Automatismes

1 Calcul de la fraction :

$$\begin{aligned} 2+\frac{9}{4}\times\frac{8}{15} &= 2+\frac{9\times 8}{4\times 15} \\ &= 2+\frac{72}{60} \\ &= 2+\frac{6}{5} \\ &= \frac{10}{5}+\frac{6}{5} \\ &= \mathbf{\frac{16}{5}} \end{aligned}$$

2 Diminuer de 50% revient à multiplier par $1-0,5=0,5$.
Deux diminutions successives de 50% donnent : $0,5\times 0,5=0,25$
La quantité a été multipliée par **0,25**.

3 Le taux d'évolution se calcule par :

$$t=\frac{V_f-V_i}{V_i}=\frac{90-120}{120}=\frac{-30}{120}=-0,25$$

Le taux d'évolution est de **-25%**.

4 $A=5,89\times 10^4=5,89\times 10\,000=\mathbf{58\,900}$

5 La droite passe par les points $(0;3)$ et $(2;0)$.
Le coefficient directeur est : $a=\frac{0-3}{2-0}=\frac{-3}{2}=-1,5$
L'ordonnée à l'origine est $b=3$.
L'équation de la droite est : $\mathbf{y=-1,5x+3}$

6 La droite s'annule en $x=2$ (car $-1,5\times 2+3=0$).
Tableau de signes :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	

Exercice 2 — Solution — Placements

1 a. Pour une suite géométrique, on a : $u_2^2=u_1\times u_3$
Donc : $u_2=\sqrt{u_1\times u_3}=\sqrt{2500\times 2700}=\sqrt{6\,750\,000}\approx \mathbf{2598,08}$**€**

b. La raison de la suite est : $q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{2598,08}{2500}\approx 1,0392$
Le taux d'évolution annuel est donc : $t=q-1=1,0392-1=0,0392$
Soit environ **3,92%** par an.

2 Le coefficient multiplicateur global est : $CM=1,05\times 1,01=1,0605$
Le taux moyen annuel t_m vérifie : $(1+t_m)^2=1,0605$
Donc : $1+t_m=\sqrt{1,0605}\approx 1,0298$
Le taux moyen est : $t_m\approx 0,0298$ soit environ **2,98%**.

Exercice 3 — Solution — Naissances

1 Pour calculer un indice base 100 en 2009, on utilise la formule :

$$\text{Indice} = \frac{\text{Valeur}}{\text{Valeur de référence}} \times 100$$

Pour l'année 2012 (cellule E3) :

$$\text{Indice}_{2012} = \frac{7833}{8304} \times 100 \approx \mathbf{94,3}$$

2 En cellule C4, on veut : $\frac{\text{C3}}{\text{B3}} \times \text{B4}$

Pour que la formule fonctionne par recopie vers la droite :

- C3 doit varier (C3, D3, E3...) donc pas de $
- B3 doit rester fixe donc $B$3
- B4 doit rester fixe donc $B$4

La bonne formule est : ③ **=C3*$B$4/$B$3**

3 Le taux d'évolution entre 2009 et 2016 est :

$$t = \frac{6927 - 8304}{8304} = \frac{-1377}{8304} \approx -0,1658$$

Le taux d'évolution est d'environ **-16,6%**.

Exercice 4 — Solution — Etude des variations des polynômes

1 Calcul de $B(0)$ et $B(100)$:

$B(0) = -51 \times 0^2 + 4590 \times 0 - 1000 = \mathbf{-1000€}$

$B(100) = -51 \times 100^2 + 4590 \times 100 - 1000 = -510\,000 + 459\,000 - 1000 = \mathbf{-52\,000€}$

Interprétation :

- Sans production (0 canapé), l'entreprise perd 1 000€ (charges fixes).
- Avec une production de 100 canapés, l'entreprise perd 52 000€ (surproduction).

2 Calcul de la dérivée :

$B(x) = -51x^2 + 4590x - 1000$

$\mathbf{B'(x) = -102x + 4590}$

3 Étude du signe de $B'(x)$:

$B'(x) = 0 \Leftrightarrow -102x + 4590 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4590}{102} = 45$

$B'(x) > 0 \Leftrightarrow -102x + 4590 > 0 \Leftrightarrow x < 45$

Tableau de signes de $B'(x)$:

x	0		45		100
Signe de $B'(x)$		$+$	0	$-$	

Calcul de $B(45)$:

$B(45) = -51 \times 45^2 + 4590 \times 45 - 1000 = -103\,275 + 206\,550 - 1000 = 102\,275$

Tableau de variations de $B(x)$:

x	0		45		100
$B(x)$	-1000	↗	$102\,275$	↘	$-52\,000$

4 Analyse des affirmations :

a. **FAUX.** D'après le tableau de variations, le maximum est atteint pour $x = 45$ (et non $x = 50$).

b. **VRAI.** D'après le tableau de variations, $B(x)$ est croissante sur $[0\,;45[$. L'intervalle $[10\,;40]$ est inclus dans cet intervalle, donc la fonction est bien croissante entre 10 et 40 canapés.