

Tstmg – 11 décembre 2025

Exercice 3

Solution

Rouleaux de tissus

Exercice 1 : Automatismes

- 1 Sur l'arbre, on lit que $P_F(\bar{E}) = 0,2$.
Or $P_F(E) + P_F(\bar{E}) = 1$, donc $P_F(E) = 1 - 0,2 = 0,8$.
- 2 On développe en utilisant la double distributivité :

$$\begin{aligned} 3(2x + 3)(4 - x) &= 3[(2x + 3) \times 4 - (2x + 3) \times x] \\ &= 3[8x + 12 - 2x^2 - 3x] \\ &= 3[-2x^2 + 5x + 12] \\ &= -6x^2 + 15x + 36 \end{aligned}$$

- 3 2,45h signifie 2 heures et 0,45 heure.
Pour convertir 0,45h en minutes : $0,45 \times 60 = 27$ minutes.
Donc 2,45h = 2h27min.
- 4 Une augmentation de 30% correspond à un coefficient multiplicateur de $1 + \frac{30}{100} = 1,3$.
Pour retrouver la valeur de départ, on divise par 1,3, ce qui correspond à multiplier par $\frac{1}{1,3} \approx 0,769$.
Le taux d'évolution est donc $0,769 - 1 = -0,231$, soit une diminution d'environ 23,1%.

Exercice 2 : EMPCS recyclé

- 1 Le taux d'évolution global entre 2014 et 2016 est :

$$t = \frac{282 - 256}{256} = \frac{26}{256} \approx 0,1016$$

Le taux d'évolution global est d'environ 10,2%.

- 2 Le taux d'évolution annuel moyen t_m vérifie $(1 + t_m)^2 = 1 + t$.
Donc $1 + t_m = \sqrt{1 + t} = \sqrt{1,1016} \approx 1,0496$.
Ainsi $t_m \approx 0,0496$, soit environ 5,0%.
- 3 Avec un taux d'évolution constant de 4,2%, on a :

$$\begin{aligned} u_1 &= u_0 \times 1,042 = 282 \times 1,042 = 293,844 \\ u_2 &= u_1 \times 1,042 = 293,844 \times 1,042 \approx 306,185 \end{aligned}$$

Interprétation : en 2017, environ 294 milliers de tonnes d'EMPCS seront recyclés, et en 2018, environ 306 milliers de tonnes.

- 4 La suite (u_n) est géométrique de raison $q = 1,042$ et de premier terme $u_0 = 282$.
Son terme général est donc : $u_n = 282 \times 1,042^n$.
- 5 L'année 2025 correspond à $n = 2025 - 2016 = 9$.
Donc $u_9 = 282 \times 1,042^9 \approx 282 \times 1,456 \approx 410,6$.
En 2025, environ 411 milliers de tonnes d'EMPCS seront recyclés.

Exercice 3 : Rouleaux de tissus

Partie A : lectures graphiques

- 1 Par lecture graphique, $C_m(7) \approx 500$ euros.
- 2 Tableau de variations de C_m sur $[1 ; 10]$:

| | | | |
|----------|---|---|----|
| x | 1 | 5 | 10 |
| $C_m(x)$ | | | |

La fonction C_m est décroissante sur $[1 ; 5]$ puis croissante sur $[5 ; 10]$.

- 3 Le coût moyen est minimal pour $x = 5$ kilomètres de tissu.

Partie B : étude du bénéfice

- 1 a. 5 kilomètres de tissu sont vendus $5 \times 680 = 3\,400$ euros.

b. La recette pour x kilomètres est $R(x) = 680x$.

- 2 Le bénéfice est la différence entre la recette et le coût :

$$\begin{aligned} B(x) &= R(x) - C(x) \\ &= 680x - (15x^3 - 120x^2 + 500x + 750) \\ &= 680x - 15x^3 + 120x^2 - 500x - 750 \\ &= -15x^3 + 120x^2 + 180x - 750 \end{aligned}$$

- 3 $B(x) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 750$

Donc $B'(x) = -15 \times 3x^2 + 120 \times 2x + 180 = -45x^2 + 240x + 180$.

- 4 a. Vérifions que $x = 6$ est racine de $B'(x)$:

$$B'(6) = -45 \times 36 + 240 \times 6 + 180 = -1\,620 + 1\,440 + 180 = 0$$

Vérifions que $x = -\frac{2}{3}$ est racine de $B'(x)$:

$$B'\left(-\frac{2}{3}\right) = -45 \times \frac{4}{9} + 240 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 180 = -20 - 160 + 180 = 0$$

- b. $B'(x) = -45x^2 + 240x + 180 = -45\left(x^2 - \frac{240}{45}x - \frac{180}{45}\right) = -45\left(x^2 - \frac{16}{3}x - 4\right)$
Comme $x = 6$ et $x = -\frac{2}{3}$ sont les racines, on factorise :

$$B'(x) = -45(x - 6)\left(x + \frac{2}{3}\right)$$

- c. Sur $[1 ; 10]$, on a $x - 6 < 0$ pour $x \in [1 ; 6[$ et $x - 6 > 0$ pour $x \in]6 ; 10]$.

De plus, $x + \frac{2}{3} > 0$ sur $[1 ; 10]$.

Donc $B'(x) = -45(x - 6)\left(x + \frac{2}{3}\right)$ est du signe de $-(x - 6)$:

- $B'(x) > 0$ sur $[1 ; 6[$
- $B'(6) = 0$
- $B'(x) < 0$ sur $]6 ; 10]$

- 5 Tableau de variations de B sur $[1 ; 10]$:

| | | | |
|------------------|--------|--------|---------|
| x | 1 | 6 | 10 |
| Signe de $B'(x)$ | + | 0 | - |
| $B(x)$ | $B(1)$ | $B(6)$ | $B(10)$ |

- 6 Le bénéfice est maximal pour $x = 6$ kilomètres de tissu.

Le bénéfice maximal est :

$$\begin{aligned} B(6) &= -15 \times 6^3 + 120 \times 6^2 + 180 \times 6 - 750 \\ &= -15 \times 216 + 120 \times 36 + 1\,080 - 750 \\ &= -3\,240 + 4\,320 + 1\,080 - 750 \\ &= 1\,410 \text{ euros} \end{aligned}$$