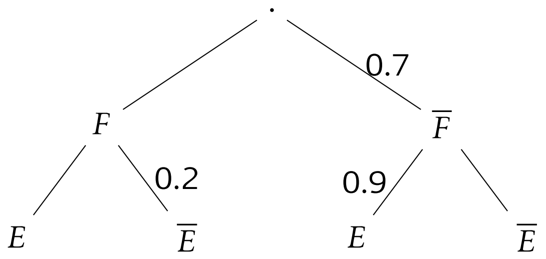
DS4

Tstmg – 11 décembre 2025

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Exercice 1 — Automatismes(/4)

1 Quelle est la valeur de $P_F(E)$?



2 Développer l'expression

$$3(2x+3)(4-x)$$

3 Convertir en heure et minutes 2,45h

4 Une quantité augmente de 30%.
Quel taux d'évolution doit-on appliquer pour retrouver la valeur de départ?

Exercice 2 — EMPCS recyclé(/6)

On s'intéresse au recyclage des emballages ménagers en plastique issus de la collecte sélective (EMPCS).

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la masse d'EMPCS recyclés entre 2014 et 2016. Cette masse est exprimée en millier de tonnes et arrondie au millier de tonnes.

Année	2014	2015	2016
Masse d'EMPCS recyclés	256	266	282

Source : http ://www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr, consulté le 21/01/2019

1 Calculer le taux d'évolution global de la masse d'EMPCS recyclés entre 2014 et 2016. Vous donnerez le résultat en pourcentage, arrondi au dixième.

2 En déduire le taux d'évolution annuel moyen de la masse d'EMPCS recyclés entre 2014 et 2016. Vous donnerez le résultat en pourcentage, arrondi au dixième.

On fait l'hypothèse qu'à partir de 2016, le taux d'évolution annuel de la masse d'EMPCS recyclés est constant et égal à 4,2 %.

La masse d'EMPCS recyclés au cours de l'année $(2016+n)$, exprimée en millier de tonnes, est modélisée par le terme de rang n d'une suite (u_n) de premier terme $u_0 = 282$.

3 Calculer la valeur de u_1 et de u_2 et interpréter le résultat.

4 Quelle est la nature de la suite? Exprimer u_n en fonction de l'entier n.

5 En déduire une estimation de la masse d'EMPCS recyclés en 2025.

Exercice 3 Rouleaux de tissus(/10)

Une entreprise fabrique chaque jour des rouleaux de tissu en coton. La production quotidienne varie entre 1 et 10 kilomètres de tissu. On note x la production de tissu en kilomètres.

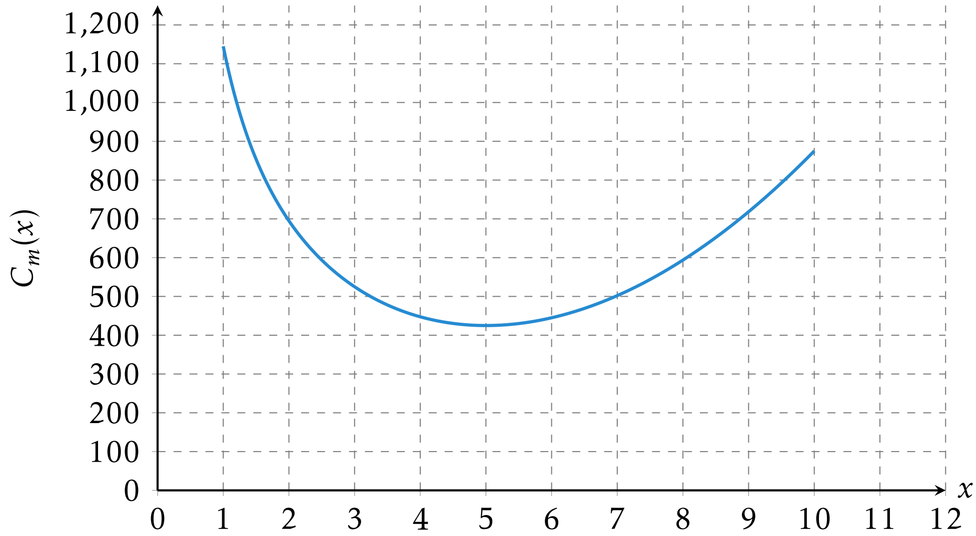
Le coût total de production, exprimé en euros, de x kilomètres de tissu est donné par la fonction C définie pour x appartenant à $[1 ; 10]$ par :

$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 500x + 750.$$

Partie A : lectures graphiques

On appelle coût moyen de production la fonction C_m définie sur l'intervalle $[1 ; 10]$ par: $C_m = \dfrac{C(x)}{x}$.

La représentation graphique de la fonction C_m est donnée ci-dessous.



1. Donner par lecture graphique une valeur approchée de $C_m(7)$.
2. À l'aide de la représentation graphique, donner le tableau de variations de C_m sur $[1 ; 10]$.
3. Déterminer par lecture graphique combien de kilomètres de tissu l'entreprise doit fabriquer pour que le coût moyen de production soit minimal.

Partie B : étude du bénéfice

On suppose que l'entreprise vend chaque jour sa production journalière.

Le prix de vente d'un kilomètre de tissu est de 680 €.

On rappelle que le nombre de kilomètres de tissu x fabriqués varie chaque jour entre 1 et 10.

On note $R(x)$ la recette, exprimée en euros, correspondant à la vente de x kilomètres de tissu.

On note $B(x)$ le bénéfice, exprimé en euros, réalisé par l'entreprise pour la vente de x kilomètres de tissu.

1. a. Combien est vendu 5 kilomètres de tissu?
   b. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.
2. Justifier que l'expression de $B(x)$ en fonction de x est: $B(x) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 750$.
3. On note B' la fonction dérivée de la fonction B. Pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[1 ; 10]$, calculer $B'(x)$.
4. a. Démontrer que $x = 6$ et $x = \frac{-2}{3}$ sont des racines de $B'(x)$.
   b. Factoriser l'expression de $B'(x)$.
   c. En déduire le signe de la fonction B' sur l'intervalle $[1 ; 10]$.
5. En utilisant la question précédente, donner le tableau de variations complet de la fonction B sur l'intervalle $[1 ; 10]$.
6. Déterminer le nombre de kilomètres de tissu que l'entreprise doit produire et vendre chaque jour pour que le bénéfice réalisé soit maximal. Que vaut ce bénéfice maximal ?