

DS5

Tstmng – 13 janvier 2026

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

Exercice 1

Natalité(/6)

En France, la probabilité de la naissance d'un garçon est $p = 0.515$ à chaque naissance (on ne considèrera pas les cas des jumeaux).

On choisit au hasard 3 familles avec un enfant unique et on s'intéresse au nombre de garçons.

On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de garçons.

- 1 Faire un arbre de probabilité modélisant cette situation.
- 2 Quelle loi suit X , préciser ses paramètres.
- 3 Quelle est la probabilité qu'exactement 2 familles aient un garçon?
- 4 Calculer puis interpréter les quantités suivantes

$$P(X = 0) \qquad P(X = 1) \qquad P(X \leq 1)$$

- 5 Combien en moyenne les 3 familles sélectionnées auront de garçons?

Exercice 2

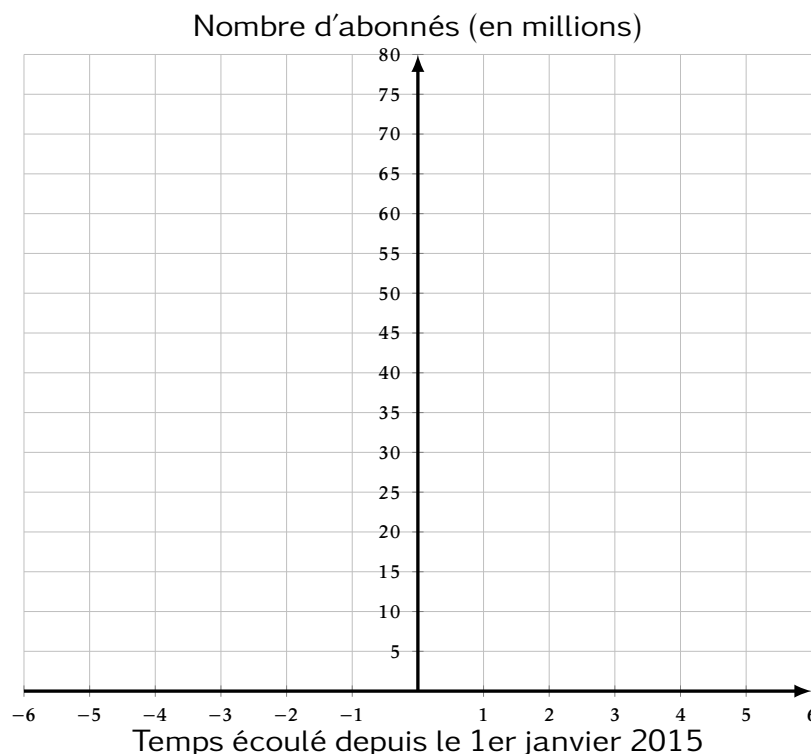
Service de téléchargement(/6)

Un service internet de téléchargement de vidéos s'intéresse depuis le 1er janvier 2015 à l'évolution du nombre de ses abonnés. Après étude, le nombre d'abonnés, exprimé en millions, est modélisé par la fonction f définie par

$$f(t) = 43 \times 1.08^t$$

où t est la durée écoulée, exprimée en années, depuis le 1er janvier 2015.

- 1 Calculer $f(0)$ puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
- 2 Calculer $f(1)$ puis le taux d'évolution entre $f(0)$ et $f(1)$.
- 3 Calculer le nombre d'abonnés au 1er janvier 2020.
- 4 Calculer le nombre d'abonnés au milieu de l'année 2018.
- 5 Si on suppose que la fonction était aussi valide avant 2015. Quel était le nombre d'abonnés au début de l'année 2014? 2010?
- 6 Placer les points précédemment calculés sur le graphique ci-dessous et tracer l'allure de la courbe représentative de $f(t)$



Exercice 3

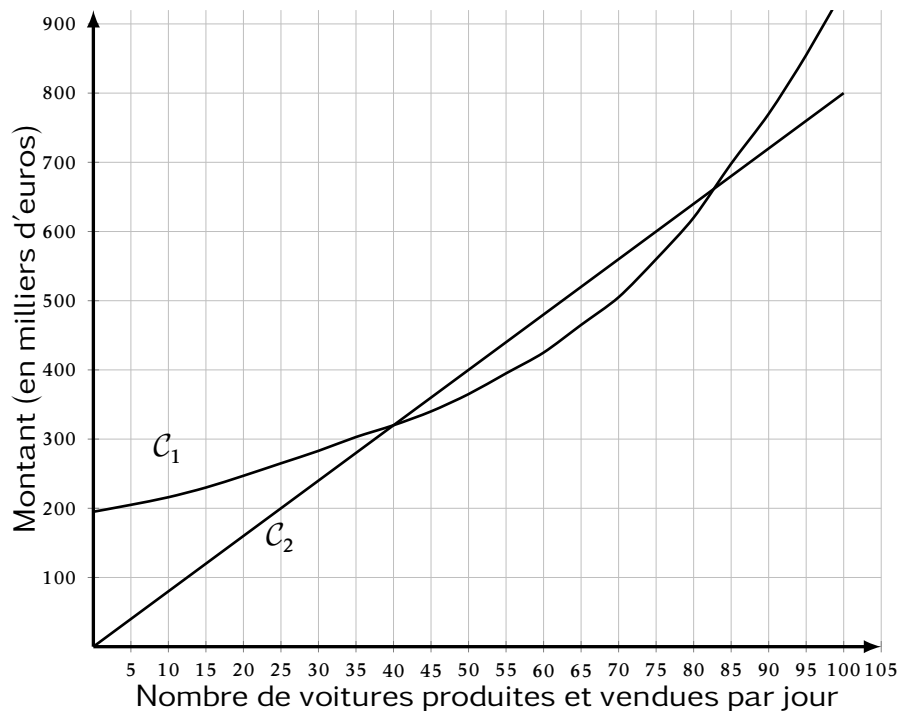
Voitures(/8)

Une usine de fabrication de voitures a une capacité de production de 100 véhicules par jour.

Partie A : Étude graphique

Sur le graphique ci-dessous sont tracées deux courbes:

- C_1 représente le coût de production en fonction du nombre de voitures produites et vendues par jour
- C_2 représente le chiffre d'affaires de l'usine en fonction du nombre de voitures produites et vendues par jour.



- 1 Avec la précision permise par le graphique, donner le coût de production de 55 voitures.
- 2 Combien de voitures faut-il produire et vendre pour réaliser un chiffre d'affaires de 600 000 euros?
- 3 Pour combien de voitures produites et vendues par jour l'usine réalise-t-elle un bénéfice? Le résultat sera donné sous forme d'un intervalle.

Partie B : Étude d'une fonction

On appelle **résultat** la différence entre le chiffre d'affaires et le coût de production. S'il est positif, il correspond à un bénéfice, s'il est négatif, il correspond à une perte. Pour un nombre entier x de voitures produites et vendues par jour, on modélise le résultat par la fonction $R(x)$ définie sur $[0 ; 100]$ par:

$$R(x) = -0,001x^3 + 0,0705x^2 + 3,264x - 186$$

On admet que la fonction R est dérivable sur $[0 ; 100]$. On note R' sa fonction dérivée.

- 1 Calculer $R'(x)$.
- 2 Démontrer que $x = 64$ et $x = -17$ sont deux racines de $R'(x)$.
- 3 Étudier le signe de $R'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 100]$.
- 4 En déduire le tableau de variation de la fonction R sur $[0 ; 100]$.
- 5 En déduire le nombre de voitures à produire et à vendre pour que le résultat soit maximal. Quel est alors le résultat?